

Критическая ширина холловских несжимаемых полосок в регулярно неоднородных 2D электронных системах

В. Шикин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 12 апреля 2001 г.

Предлагается формализм, позволяющий определить критическую ширину несжимаемых холловских полосок, возникающих при наличии магнитного поля в регулярно неоднородных электронных системах. Эта ширина возникает в равновесной задаче из конкуренции циклотронной и кулоновской энергий на расстояниях порядка критической ширины целочисленного канала. Результаты расчетов используются для интерпретации имеющихся экспериментальных данных.

PACS: 73.43.-f

Теория [1, 2] несжимаемых, холловских полосок в неоднородных 2D электронных системах должна содержать ограничения снизу на их ширину $2a$. Имеется, во всяком случае, требование

$$a_{\min} \geq l_H, \quad (1)$$

где l_H – магнитная длина. В самом деле, каждая из полосок ширины $2a_l$ характеризуется своим локальным целочисленным значением магнитного фактора заполнения ν_l . Понятие ν_l хорошо определено на расстояниях больше магнитной длины. Следовательно, на меньших расстояниях полуфеноменологическая теория полосок [1, 2] теряет смысл.

В данной работе показано, что в действительности критические условия для существования целочисленных полосок более жестки. Речь идет о “размывании” структуры узких целочисленных полосок на профиле электронной плотности, возникающем при уточнениях неоднородного происхождения формализма [1, 2] (энергия электрона в магнитном поле при наличии неоднородного внешнего потенциала $V(x)$ зависит не только от циклотронной частоты, но и от градиентов $V(x)$). В первой части работы предлагается алгоритм, позволяющий оценивать “качество” отдельного, несжимаемого канала в рамках приближения [1, 2]. Далее обсуждается модификация теории [1, 2] неоднородного происхождения, сказывающаяся, в частности, на четкости определения узких полосок в распределении электронной плотности, вплоть до их исчезновения. Конкретные расчеты выполнены для неэкранированного диска Корбино. В этой геометрии имеются и подходящие эксперименты [3], свидетельствующие, по нашему мнению, о наличии критических размеров несжимаемых полос.

1. Рассмотрим 2D диск Корбино с плоскими терминалами в квазиодномерном приближении, когда

$(R_1 - R_2)/(R_1 + R_2) \ll 1$, где R_1, R_2 – внешний и внутренний радиусы диска Корбино. Кусочногладкое решение контактной задачи Дирихле для электропотенциала ведет в данном случае к следующей неоднородной части $\delta n(x)$ электронной плотности в 2D области:

$$\delta n_o(x) = \frac{\kappa w W_{ab}}{\pi^2 e^2 (w^2 - x^2)}, \quad -w \leq x \leq +w; \quad (2)$$

$$\int_{-w}^{+w} ds \delta_o n(s)/(x-s) = 0.$$

Здесь $2w = R_2 - R_1$ – ширина $2d$ области между металлическими берегами, ось X направлена в радиальном направлении, начало координат совпадает с серединой 2D области, κ – диэлектрическая постоянная среды, W_{ab} – контактная энергия. В пределе $a_b^* \ll w$ приближение (2) хорошо “работает” вдали от точек $x = \pm w$, где a_b^* – эффективный боровский радиус.

При включении магнитного поля, нормального плоскости 2D системы, на профиле электронной плотности возникают точки с

$$\nu(x) = \pi l_H^2 (n_s + \delta n(x_l)) = l; \quad l = 1, 2, 3... \quad (3)$$

Эти точки становятся центрами возникновения целочисленных (несжимаемых) полосок. Согласно [1], каждая из полосок может рассматриваться независимо, чем мы и воспользуемся ниже.

Внутри данной l -й полоски исходное уравнение равновесия для системы невзаимодействующих 2D электронов выглядит так (одноэлектронное приближение принято и в [1, 2]):

$$\mu(x) = e\varphi(x) + \zeta(\nu(x), H) = \text{const}, \quad (4)$$

$$\zeta(\nu(x), H) = -T \ln S(\nu, H),$$

$$2S(H, T, \nu) = \left(\frac{1}{\nu} - 1\right) + \left[\left(\frac{1}{\nu} - 1\right)^2 + 4\epsilon\left(\frac{2}{\nu} - 1\right)\right]^{1/2},$$

$$\epsilon = \exp(-\hbar\omega_c/T) \ll 1, \quad (5)$$

$$\nu(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad l_H^2 = c\hbar/eH, \quad \nu < 2, \quad (6)$$

$$\kappa e\varphi'(x) = 2e^2 \int_{-w}^{+w} ds \delta n(s)/(x-s).$$

Здесь T – температура, интегральная связь Пуассона между электропотенциалом $\varphi(x)$ и электронной плотностью $\delta n(x)$ учитывает отсутствие дополнительных экранов в обсуждаемой задаче.

В окрестности точки x_l , которая выбирается теперь за начало отсчета, уравнение (4) удобно переписать следующим образом

$$\frac{2e^2\epsilon^{1/2}}{\kappa T} \int_{-a}^{+a} ds \frac{[\delta n(s) - \delta n_o(s)]}{(x-s)} = -\frac{d\nu}{dx}. \quad (7)$$

При получении (7) использованы свойства функции $S(\nu)$ из (5) в пределе $\nu \rightarrow 1$. Кроме того, из обеих частей (7) вычтена производная электропотенциала, порождаемого плотностью $\delta n_o(x)$ (2) (согласно (2), такая производная равна нулю). Далее, величина $\delta n(x)$ серьезно возмущена лишь на интервале $\pm a$. В результате, разность $\delta n(x) - \delta n_o(x)$ отлична от нуля именно на этом интервале в центре с x_l , что и использовано в записи (7) (пределы $\pm w$ заменены на $\pm a$, здесь же “срабатывает” абстрагирование, как и в [1], от воздействия соседних каналов).

Уравнение (7) иллюстрирует причины холловского “уплощения” профиля $n(x)$ в окрестностях целочисленных точек (3). Производная $d\nu(x)/dx$ в таких точках экспоненциально мала в меру $\epsilon \rightarrow 0$.

Для количественной оценки $dn(x_l)/dx$ положим, как и в [1],

$$\delta n(x) - \delta n_o(x) \simeq (n'_l - n'_o)\delta x, \quad (8)$$

где δx отсчитывается от центра данного канала. Возникающий при этом интеграл вычисляется, после чего уравнение (7) в окрестности x_l сводится к определению n'_l :

$$n'_l = n'_o/(1 + \gamma); \quad \gamma = \pi\kappa T l_H^2 / 4a\epsilon^2 \epsilon^{1/2} \gg 1. \quad (9)$$

Неравенство $\gamma \gg 1$, имеющее место, в основном, за счет малости параметра $\epsilon \rightarrow 0$, необходимо для реализации упрощений (7), (8).

Оценка параметра $2a$, входящего в определение (9), также возникает из анализа (7). Однако для интересующих нас ниже целей достаточно использовать определение $2a$ из [1]:

$$a^2 = 2\kappa\hbar\omega_c/(\pi^2 e^2 dn(x_o)/dx), \quad (10)$$

справедливое при $T \rightarrow 0$.

Формула (9) дает удобный критерий определения “качества” полоски. Если

$$n'_l \ll n'_o, \quad (11)$$

можно говорить о хорошо определенном целочисленном канале. В обратном пределе,

$$n'_l \leq n'_o, \quad (11a)$$

канал теряет свои специфические целочисленные свойства.

Используя (11), нетрудно видеть, что качество полоски легко портится при увеличении температуры. Это обстоятельство отмечено и в численных расчетах [4]. Таким образом, параметр γ из (9) мог бы стать определяющим при оценке четкости определения параметров отдельной полоски. Однако этот вид деградации полосок оказывается не основным. Естественная модификация теории [1], включающая поправки неоднородного происхождения в определении электрохимического потенциала, меняет картину поведения тонких целочисленных полосок.

2. Модификации теории [1] подразумевает, что определение функции $S(\nu, H, T)$ (5) для невзаимодействующих 2D электронов в квантующем магнитном поле приближенно. Более правильна запись этой функции в виде (см. [5,6])

$$S(\nu, H, T) \rightarrow S(\nu^*, H, T), \quad (12)$$

$$\nu^*(x) = \nu(x) - \frac{\pi l_H^2 e \delta\nu_l}{\hbar\omega_c} \varphi''(x). \quad (12a)$$

Здесь $\delta\nu_l$ – скачок целочисленной части магнитного фактора заполнения между соседними уровнями Ландау (в дальнейшем $\delta\nu_l = 1$).

С учетом (12) запишем уравнение, аналогичное (7):

$$2\epsilon^{1/2} T^{-1} e\varphi' = -\nu' + \frac{\pi l_H^2 e}{\hbar\omega_c} \varphi'''(x), \quad (13)$$

и решим его относительно φ' с граничными условиями

$$\varphi'(\pm a) = 0. \quad (13a)$$

Имеем

$$\lambda e\varphi' = -\hbar\omega_c \left[\int_{-a}^x n'(s) \sinh \lambda(x-s) ds - \right.$$

$$-\frac{\sinh \lambda(x+a)}{\sinh \lambda a} \int_{-a}^{+a} n'(s) \sinh \lambda(a-s) ds, \quad (14)$$

$$\lambda^2 a^2 = \frac{2a^2 \epsilon^{1/2} \hbar \omega_c}{\pi l_H^2 T} = \frac{\hbar \omega_c}{\gamma V_a}, \quad V_a = \frac{2e^2}{\kappa a}, \quad (15)$$

где величина γ определена в (9).

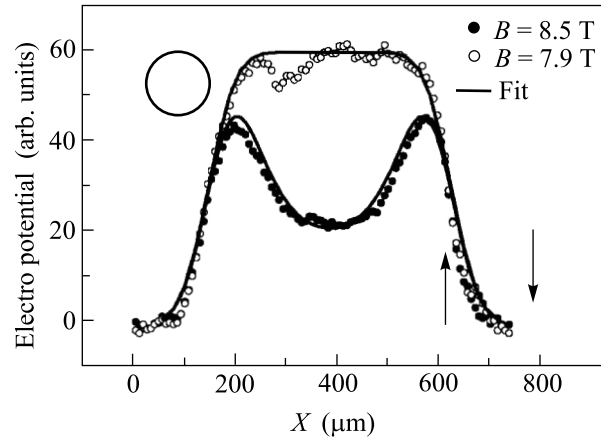
Параметр λa (15) регулирует характер подстройки электронной плотности в целочисленном канале к скачкам термодинамической природы функции $S(\nu^*, H, T)$ в окрестности особых точек x_l (3). Если $\lambda a \gg 1$, речь идет о деформации вида (9). В обратном предельном случае, $\lambda a \ll 1$, имеем с помощью (14) и рассуждений (7), (8), предшествующих определению (9),

$$n'_l = n'_o / (1 + \delta); \quad \delta = 4e^2 / (\kappa \hbar \omega_c). \quad (16)$$

Пользуясь критерием (11a), находим из (16) величину a_{\min} :

$$2a_{\min} = 8e^2 / (\kappa \hbar \omega_c) \quad (17)$$

3. Рассмотрим возможные экспериментальные следствия утверждения (17). В равновесных условиях, для которых эта формула имеет смысл, можно ожидать, что область 2D системы, занятая системой несжимаемых полос (речь идет о многоканальном варианте их возникновения), отделена от краев 2D системы "нормальными" прослойками, внутри которых существование полос невозможно. Такая картина действительно имеет место в экспериментах [3] по изучению линейного электрооптического эффекта в диске Корбино. На рисунке, взятом из этой работы, светлые кружки отвечают поведению электропотенциала в нормальном состоянии, когда 2D система обладает хорошей проводимостью. Черные кружки дают представление о поведении 2D системы в аномальном состоянии при возникновении в центральной части диска Корбино системы целочисленных полосок (вопрос о числе каналов для данных из [3] специально обсуждался в [7]). В данном случае наиболее интересно поведение электропотенциала вблизи краев диска Корбино, где очевидно перекрытие нормальных и аномальных данных на конечном интервале значений координаты x . Этот интервал отмечен приближенно стрелками и может существовать лишь при наличии механизма, мешающего возникновению узких целочисленных каналов в областях с большими значениями градиента электронной плотности.



Гауссово изображение $\phi(x)$ электропотенциала $\varphi(x)$ для диска Корбино с центром 2D области в точке $x_o = 390$ мкм. Сплошные линии для нормального и аномального состояний построены с помощью формул (18)–(20). Светлые (нормальное состояние) и черные (аномальное состояние) кружки – данные [3]. Вставка справа иллюстрирует магнитные поля, отвечающие обсуждаемым состояниям, круг в левой части рисунка дает представление о реальных размерах лазерного пучка. Интервал между стрелками в правом нижнем углу отвечает области перекрытия нормального и аномального состояний в поведении $\phi(x)$. Его конечность указывает на существование краевых нормальных колец, обрамляющих аномальную область в центре диска

Для количественных заключений о поведении $\varphi(x)$ использованы следующие его характеристики. Нормальное состояние

$$\varphi(x) = \begin{cases} \varphi_o, & -w \leq x \leq +w \\ 0, & |x| \geq w \end{cases} \quad (18)$$

Величина φ_o , номинальная ширина $2w$ и радиус R находятся из подгонки (18), (20) к данным [3].

Аномальный потенциал на основе (2) в многоканальном приближении [7]

$$\varphi(x) = \begin{cases} c_1 / (w^2 - x^2), & -x_c \leq x \leq +x_c \\ \varphi_o, & +x_c \leq x \leq +w \\ \varphi_o, & -w \leq x \leq -x_c \end{cases} \quad (19)$$

Нормировка φ_o единообразна для (18) и (19). Константы c_1 , x_c максимально приближают распределение $\varphi(x)$ (19), (20) при заданных φ_o , w и R к данным [3] в режиме КЭХ.

Реально надо еще учитывать конечность лазерного пучка, сканирующего 2D образцы в измерениях

[3]. С этой целью вводится “изображение” $\phi(x)$ с подгоночным параметром R , имеющим смысл радиуса лазерного пучка:

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(s) f(x-s) ds, \\ f(x) &= \exp(-x^2/R^2)/(R\sqrt{\pi}).\end{aligned}\quad (20)$$

Сравнение изображений (20), (18) и (20), (19) с данными [3]: нормальные (светлые кружки) и аномальные (черные кружки) состояния приведены на рисунке. Числа, следующие из этой подгонки: $R \simeq 60$ мкм, $x_o = 390$ мкм, $w = 240$ мкм, $x_c \simeq 180$ мкм. Здесь x_o – положение центра распределения $\phi(x)$ на рисунке.

Таким образом, гауссовы изображения (20), (19), (18) вполне прилично следуют данным [3], что позволяет говорить о “полосатой” структуре диска Корбино в режиме КЭХ. Центральная область занята системой несжимаемых полосок, внутреннее “строение” которых не удастся разрешить в связи с конечностью радиуса R . Что касается периферии 2D системы, то здесь обнаруживаются нормально проводящие кольца шириной

$$\Delta = w - x_c \simeq 60 \text{ мкм.} \quad (21)$$

К сожалению, авторы [3] не приводят своих промежуточных измерений между полями 8.5 и 7.9 Тл, что позволило бы проследить за влиянием магнитного поля на положение и структуру целочисленных полосок. Отсутствуют и абсолютные значения наблюдаемых электрических полей. Тем не менее, информация (21) содержит некие косвенные сведения о масштабах контактной энергии W .

Требование (17) вместе с (2) ведет к определению критического интервала $2x_c$ для диска Корбино, внутри которого можно говорить о несжимаемых полосках и их усредненном описании:

$$x_c = \xi_c/w, \quad \xi_c \simeq 1 - \sqrt{\eta}, \quad \eta_o \ll \eta \ll 1, \quad (22)$$

$$\eta = \frac{a_{\min}^2 W}{w^2 \hbar \omega_c}, \quad \eta_o = a_b^*/w.$$

Для согласования экспериментальных и расчетных значений x_c с учетом (17), (22) необходима энергия $W \simeq 1$ эВ.

Подведем итоги. В работе показано, что ширина $2a$ несжимаемых полосок в регулярно неоднородных 2D электронных системах не может быть произвольно малой. В качестве индикатора качества полоски использовано отношение градиента электронной плотности $dn(x_l)/dx$ в ее центре к невозмущенному значению dn_o/dx . С уменьшением размера $2a$ это отношение трансформируется от экспоненциально нулевого до почти единичного. Характерное переходное значение $2a_{\min}$ (17) в таком переходе и названо критическим. На примере диска Корбино обсуждаются возможные экспериментальные следствия существования a_{\min} .

Автор благодарен профессору W. Dietsche за полезные дискуссии и предоставление электронной версии данных, опубликованных в [3] и представленных выше на рисунке, а также профессору В. Гантмахеру за обсуждение результатов работы.

1. D. Chklovskii, B. Shklovskii, and L. Glazman, Phys. Rev. **B46**, 4026 (1992).
2. D. B. Chklovskii, K. F. Matveev, and B. I. Shklovskii, Phys. Rev. **B47**, 12605 (1993).
3. W. Dietsche, K. von Klitzing, and K. Ploog, Surf. Sci. **361**, 289 (1996).
4. K. Lier and R. Gerhardts, Phys. Rev. **B50**, 7757 (1994).
5. A. MacDonald, T. Rice, and W. Brinkman, Phys. Rev. **B28**, 3648 (1983).
6. В. Шикин, ФНТ **20**, 1158 (1994).
7. В. Шикин, Письма в ЖЭТФ **71**, 95 (2000).