Письма в ЖЭТФ, том 73, вып. 8, с. 438 – 442

Обратное тормозное поглощение сильного лазерного поля в кластерной плазме

И. Ю. Костюков[1)]

Институт прикладной физики РАН, 603600 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 14 февраля 2001 г.

После переработки 14 марта 2001 г.

В рамках борновского приближения рассмотрено обратное тормозное поглощение сильного лазерного поля в кластерной плазме с учетом взаимодействия электрона со всей ионной подсистемой кластера. Электромагнитная мощность, поглощаемая в плазме, вычислена для линейной и циркулярной поляризации лазерного излучения. Показано, что "кластеризация" плазмы может приводить к значительно более эффективному поглощению электромагнитной энергии в результате столкновений. При этом коллективные эффекты (воздействие на электрон результирующего поля ионов кластера) в процессе обратного тормозного поглощения играют доминирующую роль по сравнению с элементарными процессами (рассеяние электрона на отдельных ионах кластера).

PACS: 36.40.-c, 52.40.Nk, 61.46.+w

Свойства кластерных образований привлекают к себе большое внимание уже давно. В последнее время интерес к кластерам возрос благодаря развитию нанотехнологии [1, 2] и эффектам, возникающим при воздействии мощного лазерного излучения [3, 4]. Современная экспериментальная база позволяет получать кластеры из различных химических соединений в широком диапазоне параметров (от 100 до 1000000 атомов и молекул в одном сгустке при размере сгустка 10–1000 Å). В результате воздействия мощного лазерного излучения образуется кластерная плазма, которая очень эффективно поглощает лазерную энергию (более 95% энергии падающего излучения [5]) и характеризуется высокой плотностью и температурой частиц. Высокая плотность энергии в такой среде делает ее перспективным объектом для исследования термоядерных реакций [6] и для генерации мощного рентгеновского излучения [7].

В работах [7, 8] обращалось внимание на то, что благодаря высокой плотности кластера на ранней стадии происходит очень эффективный столкновительный нагрев. Помимо таких важных каналов поглощения электромагнитной энергии, как внутренняя ионизация кластера (ионизация атомов и молекул внутри кластера) и внешняя ионизация кластера (преодоление электроном поля притяжения кластера), большое значение имеет обратное тормозное поглощение, возникающее в результате столкновения свободных (не захваченных кластером) электронов с ионизованным кластером. Однако известные теории обратного поглощения [9, 10] не учитывают коллективные эффекты, характерные для кластерной плазмы. Дело в том, что до распада кластера электрон взаимодействует не только с отдельным ионом (как предполагается в стандартной теории), но и со всем плотным ионным остовом кластера, образующимся после фотоионизации и состоящим из большого числа ионов. Целью данной работы является обобщение теории обратного тормозного поглощения на случай кластерной плазмы с учетом взаимодействия электрона со всей ионной подсистемой кластера.

Чтобы исследовать обратное тормозное поглощение в кластерной плазме, мы воспользуемся для кластера моделью "желе" [4]. В рамках данной модели предполагается, что ионный остов может быть представлен как шар радиуса a с постоянной плотностью ионов n_i. Таким образом, потенциал рассеивающего центра в случае кластерной плазмы имеет вид

$$\varphi(r) = \begin{cases} \dfrac{2\pi e Z n_i}{3}\left(3a^2 - r^2\right), & r \le a, \\ \dfrac{4\pi e Z n_i a^3}{3r}, & r > a, \end{cases} \tag{1}$$

где e – заряд электрона, Z – зарядовое число иона. Фурье-образ такого потенциала:

$$U(k) = \frac{16\pi^2 e Z n_i}{k^5}\left[\sin(ka) - (ka)\cos(ka)\right]. \tag{2}$$

В пределе $a \longrightarrow 0$ это выражение переходит в выражение для фурье-образа кулоновского потенциала точечного заряда $U(k) = 4\pi q/k^2 = \left(4\pi/k^2\right)\left(4\pi a^3 e Z n_i/3\right)$.

[1)]e-mail: kost@appl.sci-nnov.ru

Из выражения (1) следует, что максимум электрического поля расположен на поверхности кластера $E_{\max} \simeq 4\pi e^2 Z n_i a/3$. Для типичных значений ионной концентрации в кластере $n_i \simeq 10^{22}$ см$^{-3}$ [6, 11] и однократной ионизации ионов $Z = 1$ $E_{\max}$ будет меньше атомного поля при $a < 85$ Å, то есть когда число частиц в кластере $N_i = 4\pi n_i a^3/3$ меньше $2.6\cdot 10^4$. Таким образом, несмотря на большой заряд остова, электроны могут быть вырваны из кластера уже в относительно слабом лазерном поле [12] и затем нагреваться в результате обратного тормозного поглощения.

Электромагнитная мощность, поглощаемая в результате столкновений электронов с рассеивающими центрами, определяется выражением

$$Q = n_e n_{cl} \int v f(\mathbf{v})\, d\mathbf{v} \sum_n n\hbar\omega\sigma_n, \tag{3}$$

где n_e – концентрация электронов, n_{cl} – концентрация рассеивающих центров, $f(\mathbf{v})$ – функция распределения электронов, ω – частота лазерного поля, $\hbar$ – постоянная Планка. Сечение рассеяния электрона на потенциальном центре при поглощении и излучении n фотонов циркулярно-поляризованной плоской электромагнитной волны для произвольного рассеивающего потенциала может быть вычислено в борновском приближении [10, 13]:

$$\sigma_n = \frac{e^2}{4\pi^2\hbar v} \int d\mathbf{k} U^2(\mathbf{k})\, J_n^2\left(\frac{e\mathbf{E}\times\mathbf{k}}{m\hbar\omega^2}\right) \times \\ \times \delta\left(\varepsilon' - \varepsilon + n\hbar\omega\right), \tag{4}$$

где $\hbar\mathbf{k} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}$, $U(\mathbf{k})$ – фурье-образ потенциала рассеивающего центра, ε', $\mathbf{p}'$, ε, $\mathbf{p}$ – энергия и импульс электрона до и после столкновения, E – амплитуда электрического поля лазерной волны, m и c – масса электрона и скорость света.

Будем предполагать, что плазма достаточно горячая и температура электронов много больше энергии фотона $T = mv_T^2/2 \gg \hbar\omega$. Рассмотрим сначала поглощение в слабом лазерном поле, когда осцилляторная скорость электрона много меньше его тепловой скорости $v_\sim = eE/(m\omega) \ll v_T$. В этом случае основной вклад в поглощение будут давать слагаемые с $n = \pm 1$ и можно воспользоваться разложением функции Бесселя для малых значений аргумента в выражении (4). Тогда, интегрируя по скоростям с электронной функцией распределения Максвелла $f(\mathbf{v}) = v_T^{-3}\pi^{-3/2}\exp\left(-\mathbf{v}^2/v_T^2\right)$, находим для произвольного рассеивающего потенциала [9, 14]

$$Q = \frac{\sqrt{2\pi}}{12}\left(\frac{v_\sim}{v_T}\right)^3 C \times \\ \times \int_0^{r_{\min}^{-1}} U^2(k)\, k^3 \exp\left(-\frac{\omega^2}{v_T^2 k^2}\right) dk, \tag{5}$$

$$C = \frac{8e^4 Z^2 n_e n_{cl} N_i^2}{m v_\sim},$$

где n_{cl} – концентрация кластеров, $r_{\min} = \max\{r_s, \lambda_e\}$, $\lambda_e = \hbar/mv_T$ – электронная длина волны де Бройля и r_s определяется выражением $T = e\varphi(r_s)$. Радиус r_s ограничивает область в пространстве $r < r_s$ вокруг монотонно убывающего рассеивающего потенциала, где потенциальная энергия частицы больше ее кинетической энергии и теория возмущения становится неприменимой. Поскольку кулоновский потенциал имеет сингулярность в центре, то такое условие выполняется в достаточно близкой к иону области. В отличие от кулоновского потенциала потенциал кластера ограничен, и при определенных условиях теория возмущений может быть справедлива везде. Выражение (5) получено в приближении $\max\{r_s, \lambda_e\} \ll \ll v_T/\omega$. В обратном пределе частица адиабатически пролетает через область рассеяния и поглощение становится экспоненциально слабым [15].

Производя интегрирование в (5) для потенциала кластера (1), получаем мощность циркулярно-поляризованной волны, поглощаемой в кластерной плазме:

$$Q_{cl} = \frac{\sqrt{2\pi}}{12} C \left(\frac{v_\sim}{v_T}\right)^3 \left[F\left(\frac{2\omega a}{v_T}\right) - F\left(\frac{2a}{r_{\min}}\right)\right],$$

$$F(y) = y^{-6}\left[y^6 \mathrm{ci}(y) - 48 - 18y^2 + \cos y \times \right. \\ \left. \times \left(48 - 6y^2 + y^4\right) + y\sin y\left(48 + 2y^2 - y^4\right)\right], \tag{6}$$

где ci – интегральный косинус. Функция $F(y)$ имеет следующие асимптотики: $F(y) \simeq -\ln y$, если $y \longrightarrow 0$ и $F(y) \simeq 18y^{-4}$, если $y \longrightarrow \infty$. Тогда выражение (6) с логарифмической точностью можно переписать в виде

$$Q_{cl} = \frac{\sqrt{2\pi}}{12} C \left(\frac{v_\sim}{v_T}\right)^3 \times \\ \times \begin{cases} \ln\left(\dfrac{v_T}{\omega r_{\min}}\right), & r_{\min} \gg a; \\ \ln\left(\dfrac{2v_T}{\omega a}\right), & v_T/\omega \gg a \gg r_{\min}; \\ \dfrac{9}{8}\left(\dfrac{v_T}{\omega a}\right)^4, & a \gg v_T/\omega. \end{cases} \tag{7}$$

Из полученного выражения следует, что если область интегрирования лежит вне кластера ($r_{\min} > a$), то кластер можно рассматривать как ион с большим зарядовым числом. Таким образом, в пределе $a \longrightarrow 0$, полагая при этом $n_{cl} \longrightarrow n_i$ и $n_i 4\pi a^3/3 = N_i \longrightarrow 1$, рассеивающий потенциал переходит в кулоновский, а полученные выражения (7) – в стандартные выражения для поглощаемой мощности в обычной однородной плазме в результате электрон-ионных столкновений [9, 14]. Если $v_T/\omega \gg a$, $r_{\min} \ll a$, то основной вклад в поглощение вносят электроны, пролетающие вне кластера, и обрезание на малых расстояниях фактически происходит на радиусе кластера. Если область интегрирования лежит внутри кластера ($v_T/\omega < a$), то поглощаемая мощность значительно уменьшается и логарифмическая зависимость от параметров заменяется степенной. Заметим, что зависимость Q_{cl} от $r_{\min}$ появляется, только если $r_{\min} > a$. Поскольку для кластерной плазмы $\lambda_e < a$, то в выражениях (6) и (7) $r_{\min} = r_s = 2e^2 Z N_i/T$. Таким образом, из-за большого размера кластеров ($\lambda_e \ll a$) квантовые эффекты в обратном тормозном поглощении несущественны. Следует отметить, что, поскольку $r_{\min}$ в выражение для поглощаемой мощности входит только в аргумент логарифма, то $r_{\min}$ достаточно определять с точностью до численного множителя.

Рассмотрим теперь обратное тормозное поглощение сильной циркулярно-поляризованной электромагнитной волны ($v_\sim \gg v_T$). В этом пределе мы можем использовать следующие упрощающие предположения [10, 16]: вместо функции Бесселя в выражении (4) можно использовать ее асимптотику:

$$J_n(z) \simeq \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{\pi z}} \cos\left[z - \left(n + \dfrac{1}{2}\right)\right], & z > n, \\ 0, & z < n, \end{cases} \tag{8}$$

и суммирование по n заменить интегрированием по n, поскольку число поглощаемых и излучаемых фотонов в этом случае велико. В случае сильного лазерного поля поглощаемая мощность слабо зависит от вида электронной функции распределения, поэтому для простоты будем предполагать, что функция распределения электронов имеет вид $f(\mathbf{v}) = \delta(v - v_T)/4\pi v_T^2$, где $\delta(x)$ – дельта-функция. В частности, выражение для мощности, поглощаемой в однородной плазме с такой функцией распределения, совпадает с выражением для мощности, поглощаемой в однородной плазме с максвелловской функцией распределения [9, 16]. Интегрируя по скоростям и по n, получаем мощность сильной циркулярно-поляризованной волны, поглощаемой в кластерной плазме:

$$Q_{cl}^c = \frac{\pi C}{\sqrt{2}} \int\limits_{\omega/v_T}^{r_{\min}^{-1}} U^2(k)\, k^3 dk =$$

$$= \frac{\pi C}{\sqrt{2}} \left[F\left(\frac{2a\omega}{v_T}\right) - F\left(\frac{2a}{r_{\min}}\right)\right]. \tag{9}$$

В случае сильного лазерного поля параметр $r_{\min}$ определяется не тепловой скоростью электрона, а его осцилляторной скоростью. Поскольку $\hbar/mv_\sim < \lambda_e < a$ и $\hbar\omega \ll T$, то квантовые эффекты в этом случае также не важны и $r_{\min} = r_s = 2e^2 Z N_i/mv_\sim^2$. Используя асимптотику функции $F(x)$, выражение (9) можно переписать в виде

$$Q_{cl}^c = \frac{\pi C}{\sqrt{2}} \begin{cases} \ln\left(\dfrac{v_T m v_\sim^2}{e^2 Z N_i \omega}\right), & \dfrac{e^2 Z N_i}{m v_\sim^2} \gg a; \\ \ln\left(\dfrac{2 v_T}{\omega a}\right), & \dfrac{v_T}{\omega} \gg a \gg \dfrac{e^2 Z N_i}{m v_\sim^2}; \\ \dfrac{9}{8}\left(\dfrac{v_T}{\omega a}\right)^4, & a \gg \dfrac{v_T}{\omega}. \end{cases} \tag{10}$$

Если электроны имеют максвелловское распределение, то выражения для первых двух предельных случаев не меняют вид, а в третьем предельном случае для больших кластеров ($a > v_T/\omega$) увеличивается в 15/4 раз.

Рассмотрим теперь обратное тормозное поглощение плоской линейно-поляризованной волны в кластерной плазме. В пределе слабой электромагнитной волны ($v_\sim \ll v_T$) выражение для поглощаемой мощности имеет такой же вид, как и для циркулярной поляризации (6), (7). В случае сильной линейно-поляризованной электромагнитной волны r_s зависит от времени, $r_s = e^2 Z N_i \left(m v_\sim^2 \sin^2 \omega t + T\right)^{-1}$, поскольку квадрат скорости электрона в такой волне также зависит от времени. Чтобы вычислить мощность в этом случае, воспользуемся следующим соотношением [15]:

$$Q_{cl}^l = \frac{\sqrt{2}}{\pi} C \int\limits_0^{\pi/(2\omega)} \frac{\omega}{\sin \omega t} \frac{Q_{cl}^c(v_\sim \sin \omega t)}{C}, \tag{11}$$

где $Q_{cl}^c(x)$ определяется выражениями (7) и (10) как функция осцилляторной скорости $v_\sim$. В зависимости от значения $v_\sim \sin \omega t$ в разные моменты времени необходимо пользоваться различными предельными случаями выражений (7) и (10).

Процедура вычисления интеграла (11) такая же, как и для рассеяния на ионе в обычной однородной плазме [15]. Рассмотрим сначала случай $v_T/\omega \gg e^2 Z N_i/T$ и $a \ll e^2 Z N_i/m v_\sim^2$. Тогда при вычислении интеграла (11) для моментов времени $v_\sim \sin\omega t < v_T$ мы должны воспользоваться выражением (7) для слабого лазерного поля в пределе $a \ll e^2 Z N_i/T$ и для моментов времени $v_\sim \sin\omega t > v_T$ воспользоваться выражением (9) для сильного лазерного поля в пределе $a \ll e^2 Z N_i/(m v_\sim^2)$. В результате получаем выражение

$$Q_{cl}^l = C \ln\frac{v_\sim}{v_T} \ln\frac{m v_T^2 v_\sim}{e^2 Z N_i \omega}, \qquad (12)$$

совпадающее при $N_i = 1$, $n_{cl} = n_i$ с выражением для мощности сильной линейно-поляризованной волны, поглощаемой в результате электрон-ионных столкновений в однородной плазме при $Ze^2 \gg \hbar v_\sim$, $v_T/\omega \gg Ze^2/T$ [9, 15].

Аналогичным образом в общем случае для мощности сильной линейно-поляризованной электромагнитной волны, поглощаемой в кластерной плазме с электронной функцией распределения Максвелла, получаем при $v_T/\omega \gg e^2 Z N_i/T$

$$Q_{cl}^l = C \begin{cases} \ln\dfrac{v_\sim}{v_T} \ln\dfrac{m v_T^2 v_\sim}{e^2 Z N_i \omega}, & \dfrac{e^2 Z N_i}{m v_\sim^2} \gg a; \\ \ln\dfrac{v_\sim}{v_T} \ln\dfrac{v_T}{a\omega} - \dfrac{1}{4}\ln^2\dfrac{e^2 Z N_i}{T a}, & \\ \quad \dfrac{v_T}{\omega} \gg \dfrac{e^2 Z N_i}{T} \gg a \gg \dfrac{e^2 Z N_i}{m v_\sim^2}; & \\ \ln\dfrac{v_\sim}{v_T} \ln\dfrac{v_T}{a\omega}, & \dfrac{v_T}{\omega} \gg a \gg \dfrac{e^2 Z N_i}{T}; \\ \dfrac{135}{32}\left(\dfrac{v_T}{\omega a}\right)^4 \ln\dfrac{v_\sim}{v_T}, & a \gg \dfrac{v_T}{\omega}. \end{cases} \qquad (13)$$

В обратном предельном случае $v_T/\omega \ll e^2 Z N_i/T$ выражения для поглощаемой мощности имеют вид

$$Q_{cl}^l = \frac{C}{4} \begin{cases} \ln^2\dfrac{m v_T v_\sim^2}{e^2 Z N_i \omega}, & \dfrac{e^2 Z N_i}{m v_\sim^2} \gg a; \\ \ln^2\dfrac{v_T}{a\omega}, & \dfrac{v_T}{\omega} \gg a \gg \dfrac{e^2 Z N_i}{m v_\sim^2}; \\ \dfrac{135}{16}\left(\dfrac{v_T}{\omega a}\right)^4 \ln\dfrac{m v_T v_\sim^2}{e^2 Z N_i \omega}, & a \gg \dfrac{v_T}{\omega}. \end{cases} \qquad (14)$$

Сравним эффективность поглощения электромагнитной энергии кластерной плазмой и обычной однородной плазмой, полагая, что средняя плотность ионов в кластерной плазме $\langle n_i \rangle = N_i n_{cl}$ совпадает с ионной плотностью однородной плазмы (например, плазмы, образовавшейся после распада кластеров). Тогда отношение мощностей поглощения в этих средах при $\{a,\ v_T/\omega\} \gg e^2 Z N_i/T$ равно

$$\alpha = \frac{Q_{cl}}{Q_{pl}} \simeq N_i \left(\ln\frac{m v_T^2 v_\sim}{e^2 Z \omega}\right)^{-1} F\left(\frac{2a\omega}{v_T}\right). \qquad (15)$$

В общем случае выигрыш в обратном тормозном поглощении в кластерной плазме по сравнению с однородной плазмой также пропорционален числу частиц в кластере. Важно отметить, что Q_{pl} также совпадает с мощностью, поглощаемой в кластерной плазме в результате столкновения электронов с отдельными ионами кластера без учета действия результирующего поля ионного остова. Таким образом, параметр α можно еще интерпретировать как отношение мощности, поглощаемой в кластерной плазме с учетом коллективных эффектов (то есть с учетом взаимодействия электронов со всем ионным остовом кластера), к мощности без учета коллективных эффектов (то есть только в результате рассеяния электронов на отдельных ионах кластера без учета действия результирующего поля остальных ионов).

Из выражения (15) следует, что с ростом заряда кластера эффективность поглощения электромагнитной мощности кластерной плазмой возрастает и может существенно превысить эффективность поглощения соответствующей однородной плазмой. В экспериментах [6], исследующих термоядерные реакции, излучение титан-сапфирового лазера интенсивностью $I \simeq 5 \cdot 10^{17}$ Вт/см^2 и длиной волны $\lambda \simeq 7800$ Å воздействовало на дейтериевые кластеры размером $2a \simeq 50$ Å и плотностью $n_i \simeq 3 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$. При электронной температуре $T \simeq 1$ кэВ, характерной для экспериментов по взаимодействию мощного лазерного излучения с кластерами [3, 4], эффективность поглощения в кластерной плазме в $\sim 4 \cdot 10^2$ раз выше эффективности поглощения в соответствующей однородной плазме. Таким образом, в этом случае энергообмен лазерного поля с электронами при их взаимодействии с ионным остовом кластера, как целым, значительно эффективнее, чем при их взаимодействии с отдельными ионами кластера. Несмотря на то, что для больших кластеров $a > v_T/\omega$ большой логарифмический фактор переходит в малый множитель $(v_T\omega/a)^4$ параметр α остается достаточно большим. Так для экспериментов с большими кластерами [11] $2a \simeq 80 - 100$ Å ($I \simeq 10^{18}$ Вт/см^2, $\lambda \simeq 7800$ Å, $n_i \simeq 8 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$) учет коллективных эффектов приводит к увеличению мощности поглощения в $\sim 3 \cdot 10^2$ раз.

Оценивая эффективность обратного тормозного поглощения в кластерной плазме, мы предполагали, что большинство электронов покинуло кластер. Однако, вероятно, значительная часть электронов не покидает большие кластеры, и следует рассматривать распределение заряда в кластере, которое отлично от однородного, с учетом внутренних электронов. Отметим, что вопрос о том, какая часть электронов оставляет кластер в результате взаимодействия, остается недостаточно изученным. Другим упрощающим предположением является использование распределения Максвелла. В реальных условиях распределение электронов по скоростям может быть анизотропным [17], и данное обстоятельство необходимо учитывать для описания динамики нагрева в кластерной плазме.

Очевидно, что полученные результаты перестают быть справедливыми после распада кластеров. Таким образом, исследуемые в работе эффекты действуют в течение порядка периода ионных колебаний кластера (приблизительное время распада кластера $\tau_{cl} \simeq 2\pi/\omega_i = 2\pi/\sqrt{4\pi e^2 n_i/M}$, где M – масса иона [6]), то есть на ранней стадии нагрева длинными лазерными импульсами. Отметим, что во многих экспериментах длительность лазерного импульса меньше времени жизни кластера [3, 6], и кластер распадается уже после выключения лазерного импульса. Поскольку характерное время расширения кластера много больше периода лазерного поля, то найденные выражения могут быть использованы для оценки обратного тормозного поглощения в расширяющихся кластерах с учетом медленно меняющегося размера кластера.

В заключение следует отметить, что представленные в данной работе результаты получены в дипольном приближении. Для сверхсильных лазерных полей необходимо использовать релятивистскую теорию [18]. Однако, как показывают расчеты, учет релятивистских поправок в выражении для коэффициента обратного тормозного поглощения в обычной однородной плазме приводит к появлению поправок только в аргументе логарифма [18]. Это позволяет надеяться, что и в случае кластерной плазмы полученными выражениями можно пользоваться для оценки мощности обратного тормозного поглощения сверхсильного лазерного излучения.

Работа выполнена при поддержке INTAS, грант YSF #00-46, Российского фонда фундаментальных исследований, гранты #01-02-16575, #99-02-16443.

1. Б. М. Смирнов, УФН **167**, 1169 (1997).
2. Б. М. Смирнов, УФН **170**, 969 (2000).
3. T. Ditmire, Contemporary Phys. **38**, 315 (1997).
4. В. П. Крайнов, М. Б. Смирнов, УФН **170**, 969 (2000).
5. T. Ditmire, R. A. Smith, J. W. G. Tisch, and M. H. R. Hutchinson, Phys. Rev. Lett. **78**, 3121 (1997).
6. J. Zweiback, R. A. Smith, T. E. Cowan et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 2634 (2000).
7. T. Ditmire, T. Donnelly, R. Falcone, and M. Perry, Phys. Rev. Lett. **75**, 3122 (1995).
8. Y. L. Shao, T. Ditmire, J. W. G. Tisch et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 3343 (1996).
9. В. П. Силин, ЖЭТФ **47**, 2254 (1964).
10. G. J. Pert, J. Phys. **B** Atom. Molec. Phys. **29**, 1135 (1996).
11. С. Добош, М. Шмидт, М. Пердрикс и др., ЖЭТФ **115**, 2051 (1999).
12. М. Б. Смирнов, В. П. Крайнов, ЖЭТФ **115**, 2014 (1999).
13. Ф. М. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ **49**, 1215 (1965).
14. Ya. Shima and H. Yatom, Phys. Rev. **A12**, 2106 (1979).
15. В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **81**, 910 (1981).
16. A. Ya. Polishchuk and J. Meyer-Ter-Vehn, Phys. Rev. **E48**, 663 (1994).
17. B. N. Chichkov, S. A. Shumsky, and S. A. Uryupin, Phys. Rev. **A45**, 7475 (1992).
18. I. Yu. Kostyukov and J. M. Rax, Phys. Rev. Lett. **83**, 2206 (1999).