

# Спин-зависимая локализация электронов в кристаллах

Л. И. Магарилл<sup>1)</sup>, А. В. Чаплик

Институт физики полупроводников Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 11 января 2005 г.

Теоретически исследованы возможности пространственной локализации спин-поляризованных электронов в двумерных и трехмерных системах за счет спин-орбитального взаимодействия. На примерах простейших одномерных потенциалов показано, что можно локализовать электроны с определенной спиральностью, осуществив тем самым сепарацию носителей по спину. Изучено влияние магнитного поля и показано, что от него существенно зависит положение связанных уровней.

PACS: 71.70.Ej, 73.50.Jt, 73.63.Hs

Последние годы отмечены растущим интересом к группе явлений в низкоразмерных системах, относящихся к области, называемой “спинтроника”. Основную идею программы этих исследований можно выразить словами: “спин вместо заряда”, то есть речь идет о поисках различных способов управления спиновой степенью свободы подвижных носителей. С этим связывают надежды на появление новых приборов твердотельной электроники и новых применений таких устройств, прежде всего для квантовых вычислений. Ясно, что на этом пути необходимо научиться создавать спиновую поляризацию в электронной системе и адресно воздействовать на носители с определенной проекцией спина, или, точнее, с заданной спиральностью. Помимо очевидной возможности поляризовать электроны за счет поглощения циркулярно-поляризованной электромагнитной волны, рассматривалась спиновая поляризация статическим электрическим полем (или постоянным током) за счет спин-орбитального (СО) взаимодействия [1–3], спин-гальванический эффект [4] и спин-зависимое туннелирование электронов через барьер [5].

В настоящей работе мы исследуем возможность существования пространственно локализованного состояния электронов лишь с одной определенной проекцией спина; проще говоря, мы ищем ситуации, в которых, например, спин-up электрон связан, а спин-down свободен. Имеется много подобных случаев в атомной физике, где причиной спиновой сепарации выступает обменное взаимодействие. Простейший пример – отрицательные ионы щелочей и галогенов: спин “лишнего” электрона должен компенсировать спин электронной оболочки атома. Мы, однако, будем рассматривать *одночастичную* задачу, и причиной разного поведения электронов разной спи-

ральности будет СО взаимодействие. Мы рассмотрим последовательно 2D и 3D случаи, а также выясним влияние магнитного поля на локализованные и делокализованные состояния.

1. *Двумерная система. Гамильтониан Рашба.* Электронный газ в двумерной ориентированной системе (нормали к плоскости системы  $\mathbf{n}$  и  $-\mathbf{n}$  не эквивалентны) описывается гамильтонианом Рашба [6, 7]

$$\hat{H} = p^2/2m + \alpha(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{p} \times \mathbf{n}]), \quad (1)$$

где  $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_x, \hat{p}_y)$  – оператор 2D импульса электрона,  $\boldsymbol{\sigma}$  – матрицы Паули,  $\alpha$  – эффективная константа СО взаимодействия; мы полагаем  $\hbar = 1$ . Рассмотрим ситуацию, когда в системе имеется одномерная потенциальная яма вида  $U(x) = -U_0\delta(x)$ . Нашей задачей является нахождение связанных состояний. Ищем решение уравнения Шредингера  $(\hat{H} + U)\Psi = E\Psi$  в виде

$$\Psi(x, y) = \frac{e^{ip_y y}}{\sqrt{L}} \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $L$  – нормировочный размер системы в  $y$ -направлении. Компоненты спинора  $\psi_{1,2}$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2m}\psi''_{1,2} + \alpha p_y \psi_{2,1} \pm \alpha \psi'_{2,1} - U_0 \delta(x) \psi_{1,2} = \\ = (E - \frac{p_y^2}{2m}) \psi_{1,2} \end{aligned} \quad (3)$$

(штрих означает дифференцирование по  $x$ ). Решением системы (3) является суперпозиция экспонент, обращаящихся в нуль при  $|x| \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned} \psi_{1,2}(x) = A_{1,2}^+ e^{-\xi+x} + A_{1,2}^- e^{-\xi-x} \quad (x > 0), \\ \psi_{1,2}(x) = B_{1,2}^+ e^{\xi+x} + B_{1,2}^- e^{\xi-x} \quad (x < 0), \end{aligned} \quad (4)$$

<sup>1)</sup>e-mail: levma@isp.nsc.ru

где

$$\xi_{\pm} = \sqrt{-(2m\varepsilon + 2k^2) \pm 2|k|\sqrt{2m\varepsilon + k^2 + p_y^2}}. \quad (5)$$

Здесь  $\varepsilon = E - p_y^2/2m$ ,  $k = m\alpha$ . Нетрудно убедиться, что показатели экспонент  $\xi_{\pm}$  имеют положительную вещественную часть при  $|p_y| > |k|$  для  $\varepsilon < -|p_y k|/m$ , а при  $|p_y| < |k|$  для  $\varepsilon < -(k^2 + p_y^2)/2m$ .

Коэффициенты в (4) должны находиться из условия непрерывности волновой функции в точке  $x = 0$  и условия на ее производную в этой точке:

$$\begin{aligned} \psi_{1,2}(+0) &= \psi_{1,2}(-0); \\ \psi'_{1,2}(+0) - \psi'_{1,2}(-0) + 2U\psi_{1,2}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

( $U \equiv mU_0$ ). В результате получаем систему восьми уравнений на коэффициенты  $A_{1,2}^{\pm}$ ,  $B_{1,2}^{\pm}$ . Спектр локализованных состояний нужно определять из условия обращения детерминанта этой системы в нуль. Детерминант дается выражением

$$\begin{aligned} D &= 16(2m\varepsilon + p_y^2) \left( [U^2 - (\xi_+ + \xi_-)U] \times \right. \\ &\times (m\varepsilon + p_y^2 - \sqrt{(m\varepsilon)^2 - p_y^2 k^2}) + 2(2m\varepsilon + k^2 + p_y^2) \times \\ &\left. \times \sqrt{(m\varepsilon)^2 - p_y^2 k^2} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Функция  $D(\varepsilon)$  имеет не зависящий от мощности  $\delta$ -потенциала корень  $\varepsilon = -p_y^2/2m$ , а при  $|p_y| > |k|$  еще один корень  $\varepsilon = -(k^2 + p_y^2)/2m$ . Анализ показывает, что эти корни являются паразитными. Если выбрать  $\varepsilon = -p_y^2/2m$ , две из введенных выше восьми констант  $A_{1,2}^{\pm}$ ,  $B_{1,2}^{\pm}$  оказываются равными нулю, после чего условий сшивки оказывается больше, чем оставшихся свободными констант. В случае второго паразитного корня мы попадаем в ситуацию вырожденных корней характеристического уравнения. Строя решение по соответствующему правилу, убеждаемся, что получившийся детерминант системы уравнений на коэффициенты при линейно независимых решениях не обращается в нуль при  $\varepsilon = -(k^2 + p_y^2)/2m$ . Обсуждаемые корни могут стать актуальными лишь при определенных соотношениях между параметрами задачи  $p_y$ ,  $U$  и  $k$ . Можно показать, что выполнение этих соотношений соответствует просто пересечению ветвей спектра локализованных состояний и парабол  $-p_y^2/2m$ ,  $-(p_y^2 + k^2)/2m$ .

На рис.1 приведены результаты численного расчета подзон локализованных состояний  $\varepsilon_{\pm 1}(p_y) = \varepsilon_{\pm 1}(-p_y)$  при различных значениях параметра СО взаимодействия  $k$ . Видно, что верхняя ветвь спектра обрывается при некоторых значениях импульса

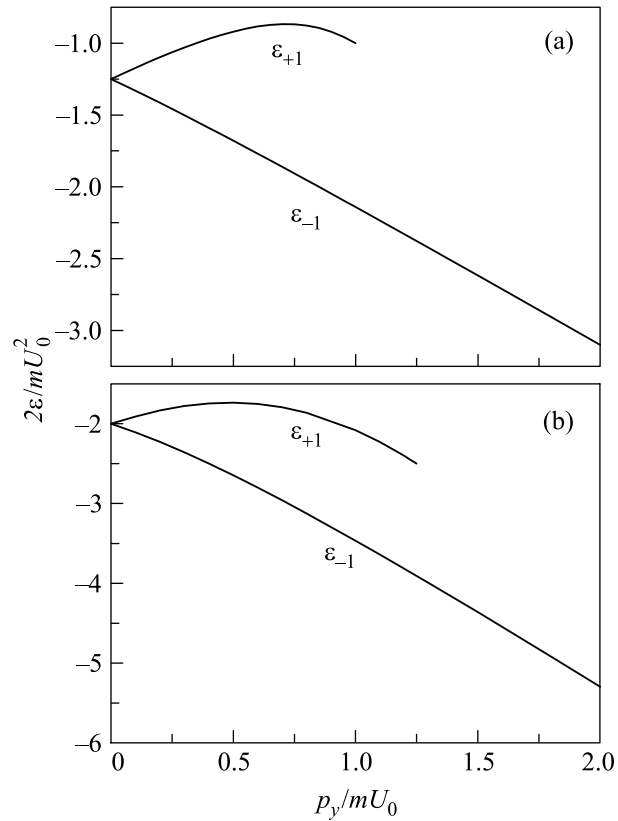


Рис.1. Поведение локализованных состояний как функций  $p_y$ : (a)  $\alpha = 0.5U_0$ ; (b)  $\alpha = U_0$

$p_y = \pm p_c$ . Это происходит тогда, когда величина  $\varepsilon_{+1}$  достигает значения  $-p_c|k|/m$ . При этом  $\xi_-$  становится равным нулю, и соответствующая волновая функция делокализуется. Для  $p_c$  нетрудно найти явное выражение:

$$p_c = \frac{U^2 + 4k^2}{4|k|}. \quad (8)$$

При заданном  $U$  минимальное значение  $p_c$  достигается при  $|k| = U/2$  и равно  $U$ .

На рис.2 представлены зависимости  $\varepsilon_{\pm 1}$  от  $k$  при фиксированном значении импульса  $p_y$ . Итак, отрицательный уровень энергии  $\delta$ -образной 1D ямы в бесспиновой задаче расщепляется СО взаимодействием. Этот эффект, как и положено, существенно зависит от импульса  $p_y$  свободного движения по оси  $y$  и исчезает при  $p_y = 0$ . Существует критический импульс  $p_c$  такой, что при  $|p_y| > p_c$  связанными в яме остаются лишь электроны одной определенной спиральности.

**2. Трехмерная система. Гамильтониан Дрессельхауза.** В этом разделе мы рассмотрим электронный газ в объемном нецентроинверсном полупроводнике  $A_3B_5$  с учетом СО взаимодействия в присутствии

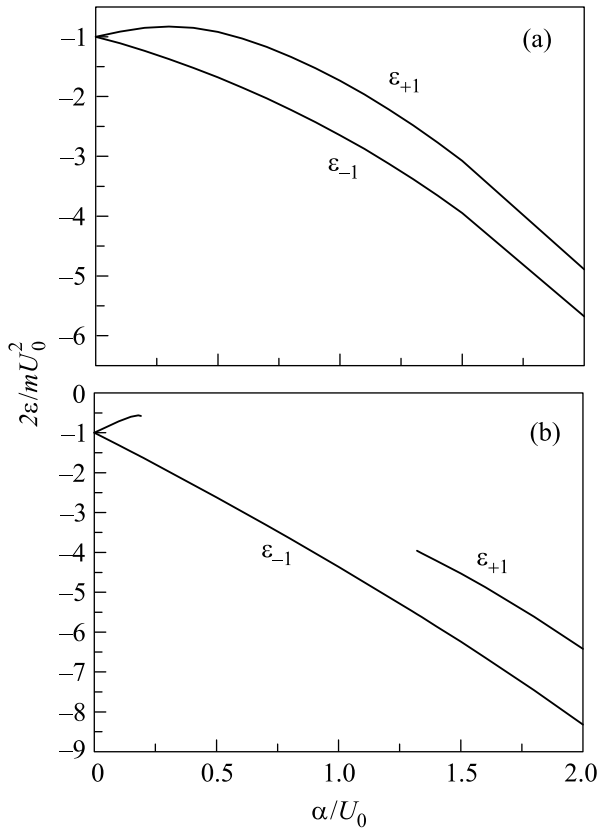


Рис.2. Зависимость энергий локализованных состояний от константы СО взаимодействия при фиксированном значении импульса  $p_y$ : (а)  $p_y = 0.5mU_0$ ; (б)  $p_y = 1.5mU_0$ . В области разрыва на рис.(б) локализованные состояния отсутствуют

одномерной  $\delta$ -функциональной ямы  $-U_0\delta(z)$ . Такая система описывается (в системе координат, привязанных к главным осям кристалла) гамильтонианом вида [8, 7]

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{p}_{\parallel}^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} + \gamma[(\sigma_y p_y - \sigma_x p_x)p_z^2 + \sigma_z(p_x^2 - p_y^2)p_z + \sigma_x(p_x p_y^2 - p_y p_x^2)] - U_0\delta(z). \quad (9)$$

Кубическая по импульсу часть гамильтониана соответствует СО взаимодействию и характеризуется эффективным зонным параметром  $\gamma$ . В (9) введено обозначение  $\mathbf{p}_{\parallel} = (p_x, p_y)$ . Необходимо отметить, что кубические члены в (9) малы по сравнению с квадратичными. Ищем решение в виде

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\mathbf{p}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}}}{\sqrt{S}} \begin{pmatrix} \psi_1(z) \\ \psi_2(z) \end{pmatrix} \quad (10)$$

( $S$  – нормировочная площадь системы в плоскости  $(x, y)$ ;  $\mathbf{r}_{\parallel} = (x, y)$ ). Функции  $\psi_{1,2}$  удовлетворяют системе уравнений

$$-\psi''_{1,2} + 2m\gamma p_{\pm}\psi''_{2,1} \mp i2m\gamma(p_x^2 - p_y^2)\psi'_{1,2} \pm \pm i2m\gamma p_x p_y p_{\mp}\psi_{2,1} - 2mU_0\delta(z)\psi_{1,2} = 2m\epsilon\psi_{1,2}, \quad (11)$$

где теперь штрих означает дифференцирование по  $z$ , а  $\epsilon = E - p_{\parallel}^2/2m$ ;  $p_{\pm} = p_x \pm ip_y$ . Функции  $\psi_{1,2}$  должны удовлетворять условиям, аналогичным (6):

$$\begin{aligned} \psi_{1,2}(+0) &= \psi_{1,2}(-0); \\ \psi'_{1,2}(+0) - \psi'_{1,2}(-0) + 2U\psi_{1,2}(0) + 2m\gamma p_{\pm}[\psi'_{2,1}(+0) - \psi'_{2,1}(-0)] &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Характеристическое уравнение для системы (3) имеет вид:

$$(\lambda^2 + 2m\epsilon)^2 + 4m^2\gamma^2[\lambda^2(p_x^2 - p_y^2)^2 - p_{\parallel}^2\lambda^4 - p_x^2 p_y^2 p_{\parallel}^2 - 4p_x^2 p_y^2 \lambda^2] = 0. \quad (13)$$

Рассмотрим сначала случай  $p_x = p_y = p_{\parallel}/\sqrt{2}$ . В этом случае уравнение (13) имеет корни

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-4m\epsilon + \delta p_{\parallel}^2}{2(1 - \delta)}} \equiv \pm \xi_{+}, \quad (14)$$

$$\lambda_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{-4m\epsilon - \delta p_{\parallel}^2}{2(1 + \delta)}} \equiv \pm \xi_{-}. \quad (15)$$

Здесь  $\delta = 2m\gamma p_{\parallel} \ll 1$ , что соответствует упомянутой выше малости кубического члена. При  $\epsilon < 0$  и  $|\epsilon| > p_{\parallel}^2\delta/4m$  корни характеристического уравнения вещественны. Локализованные состояния нужно искать аналогично (4). Для коэффициентов  $A_{1,2}, B_{1,2}$  снова получаем систему уравнений, из равенства нулю детерминанта которой определяется спектр. Корни детерминанта находятся аналитически, и для двух подзон мы получаем

$$\epsilon_{\pm 1}(p_{\parallel}) = -\frac{2(mU_0)^2 + p_{\parallel}^2(\delta^2 \mp \delta)}{4m(1 \mp \delta)}. \quad (16)$$

Подзона  $\epsilon_{-1}$  при всех  $p_{\parallel}$  соответствует локализованному состоянию, тогда как подзона  $\epsilon_{+1}$  описывает локализованные состояния только пока  $\epsilon_{+1} < -\delta p_{\parallel}^2/2$ , так как иначе  $\xi_{-}$  становится мнимым. Таким образом, верхняя ветвь имеет точку окончания, которая определяется уравнением

$$4m\gamma^2 p_{\parallel}^4 - 2\gamma p_{\parallel}^3 + mU_0^2 = 0. \quad (17)$$

С учетом малости  $\delta = 2m\gamma p_{\parallel}$  находим для продольного импульса в точке окончания

$$p_{\parallel}^c = (mU_0^2/2\gamma)^{1/3}. \quad (18)$$

Заметим, что должно выполняться условие  $2m\mathbf{p}_{\parallel}^c\gamma \equiv (2m^2\gamma U_0)^{2/3} \ll 1$ . Разумеется,  $\mathbf{p}_{\parallel}^c$  также должен быть много меньше бриллюэновского импульса.

В случае продольного импульса, направленного вдоль ребра куба (например,  $\mathbf{p}_{\parallel} = (p_{\parallel}, 0)$ ), анализ показывает, что уровень связанного состояния в  $\delta$ -яме слабо расщепляется, но конечная точка отсутствует, и делокализация не происходит.

Совсем просто решается 3D задача, если воспользоваться приближением работы [5]:  $p_{\parallel} \ll |p_z|$ , где  $p_z$  – мнимый импульс связанного электрона. В этом приближении в гамильтониане (9) в слагаемом СО взаимодействия удерживается лишь первый член. Получающийся гамильтониан диагонализуется спинорами вида

$$\begin{pmatrix} \psi_1(z) \\ \psi_2(z) \end{pmatrix} = \chi_{\mu}(z) \begin{pmatrix} 1 \\ -\mu e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (19)$$

где  $\mu = \pm 1$  – спиральность,  $\varphi$  – полярный угол вектора  $\mathbf{p}_{\parallel}$ . При этом возникает два независимых 1D уравнения на функции  $\chi_{\mu}(z)$ :

$$[-d^2/dz^2 + 2m_{\mu}U(z)]\chi_{\mu} = 2m_{\mu}\varepsilon\chi_{\mu}, \quad (20)$$

причем двум спиральностям отвечают две разные эффективные массы:

$$\frac{1}{m_{\mu}} = \frac{1}{m}(1 + \mu\delta), \quad (\delta \ll 1). \quad (21)$$

Сепарацию по спину можно попытаться получить, например, в структуре  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}/\text{A}_3\text{B}_5/\text{Ga}_y\text{Al}_{1-y}\text{As}$ . Такой “сэндвич” на зонной диаграмме описывается несимметричной прямоугольной ямой, в которой (в отличие от симметричной) может и не быть связанных состояний. Поэтому, подбирая при данном  $\gamma$  разрывы зон, зависящие от концентраций  $x, y$ , можно добиться локализации во внутренней части гетероструктуры частиц лишь определенной спиральности. Хорошо известно, что условием появления первого дискретного уровня в такой яме для электрона с массой  $m_{\mu}$  является

$$\sqrt{2m_{\mu}a^2U_2} > \arctg\left(\sqrt{\frac{U_1 - U_2}{U_2}}\right), \quad (22)$$

где  $U_{1,2}$  – высоты стенок ямы ( $U_1 > U_2$ ),  $a$  – ширина ямы. Из (22) можно сделать вывод, что если выполняются неравенства

$$\begin{aligned} \sqrt{2ma^2U_2} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) &> \arctg\left(\sqrt{\frac{U_1 - U_2}{U_2}}\right) > \\ &> \sqrt{2ma^2U_2} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right), \end{aligned} \quad (23)$$

то локализуется только электрон со спиральностью  $\mu = -1$ .

Рассмотрим еще один пример: две  $\delta$ -ямы на расстоянии  $a$ :  $U(z) = -U_0[\delta(z) + \delta(z - a)]$ . Решая уравнение (20), приходим к дисперсионному уравнению

$$(\kappa_{\mu} - m_{\mu}U_0)^2 = (m_{\mu}U_0)^2 e^{-2\kappa a}, \quad (24)$$

где  $\kappa_{\mu} = \sqrt{-2m_{\mu}\varepsilon}$ . Из (24) видно, что, при выполнении условия

$$mU_0a(1 - \delta) < 1 < mU_0a(1 + \delta), \quad (25)$$

для спиральности  $\mu = -1$  будет два локализованных состояния, в то время как для другого значения спиральности только одно.

**3. Влияние магнитного поля.** Как видно из геометрии рассматриваемых задач, имеет смысл исследовать случай  $\mathbf{B}_{\parallel}$ , то есть поля, параллельного поверхности, а в 3D задаче – параллельного плоскости  $z = 0$ . В ситуации  $\mathbf{B}_{\perp}$  частицы локализуются в плоскости и без добавочного латерального потенциала (например, в представлении заданного момента). Этот случай лежит вне рамок данной работы.

В 3D задаче с гамильтонианом Дрессельхауз поле  $\mathbf{B}_{\parallel}$  существенно изменяет орбитальное движение электронов, и поэтому зеемановский вклад (если  $g$ -фактор мал) можно не рассматривать. В двумерном же случае наоборот,  $\mathbf{B}_{\parallel}$  влияет только через зеемановский вклад в энергию системы.

Общий случай (произвольные поля и продольный импульс) связан с весьма громоздкими выкладками. Интересуясь здесь лишь качественной стороной дела, рассмотрим опять приближение работы [5]:  $p_x l, p_y l \ll 1$ , где  $l$  – длина локализации волновой функции в направлении оси  $z$ , и, кроме того, будем считать магнитное поле не слишком сильным:  $l \ll L$ , где  $L = \sqrt{c/eB_{\parallel}}$  – магнитная длина. Тогда приходим к следующей системе уравнений на компоненты спинора  $\psi_{1,2}$  (выбрана калибровка векторного потенциала  $A_y = -B_{\parallel}z, A_x = A_z = 0$ ):

$$\begin{aligned} &\left[-\frac{d^2}{dz^2} + \left(p_y - \frac{z}{L^2}\right)^2 + U(z)\right] \psi_{1,2} + \\ &+ 2m\gamma \left[p_{\pm} \frac{d^2}{dz^2} \mp i \frac{1}{L^2} \frac{d}{dz} \left(z \frac{d}{dz}\right)\right] \psi_{2,1} = 2m\varepsilon\psi_{1,2} \end{aligned} \quad (26)$$

( $\varepsilon = E - p_x^2/2m$ ). Сделанные предположения позволяют считать последний член в левой части уравнения (26) малым возмущением, однако здесь удобно включить  $p_{\pm} d^2/dz^2$  в основную часть гамильтониана, так что в качестве оператора возмущения остается слагаемое

$$\hat{V}_{\text{pert}} = \frac{\gamma}{L^2} \sigma_y \frac{d}{dz} \left(z \frac{d}{dz}\right). \quad (27)$$

Примем опять модель  $U(z) = -U_0\delta(z)$ . Невозмущенная часть гамильтониана диагонализуется с помощью спиноров вида (19). Функции  $\chi_\mu(z)$  теперь удовлетворяют уравнению

$$\left[-\frac{d^2}{dz^2} + \left(p_y - \frac{z}{L^2}\right)^2 - U_0\delta(z)\right]\chi_\mu = 2m_\mu\varepsilon\chi_\mu. \quad (28)$$

Решения этого уравнения выражаются через функции параболического цилиндра  $D_{q_\mu}((z - z_0)\sqrt{2}/L_\mu)$  и  $D_{q_\mu}(-(z - z_0)\sqrt{2}/L_\mu)$ , где  $q_\mu = (\varepsilon/\omega_c)\sqrt{m_\mu/m}$ ,  $\omega_c = eB_\parallel/mc$ ,  $L_\mu = L\sqrt{m/m_\mu}$ . При  $U_0 = 0$  сразу получаем СО-расщепленный спектр Ландау:

$$\varepsilon_{n,\mu} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\omega_c\sqrt{\frac{m}{m_\mu}}. \quad (29)$$

С учетом  $U_0$  получаем дисперсионное уравнение

$$\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(-q_\mu)} = m_\mu L_\mu U_0 D_{q_\mu}(z_0\sqrt{2}/L_\mu) D_{q_\mu}(-z_0\sqrt{2}/L_\mu). \quad (30)$$

Для основного уровня  $n = 0$  (все еще без учета возмущения (27)) получается:

$$\varepsilon_{0,\mu} = \omega_c\sqrt{\frac{m_\mu}{m}} \left[ \frac{1}{2} - \frac{m_\mu L_\mu U_0}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\sqrt{\frac{m_\mu}{m}}(p_y L)^2\right) \right]. \quad (31)$$

Здесь мы воспользовались малым отличием  $m_\mu$  от  $m$  и в индексе функций  $D_q(t)$  положили для основного состояния  $q_\mu = 0$ .

Наконец, учитывая  $\hat{V}_{\text{pert}}$ , получим в первом порядке для двух наименее подзон

$$E_{0,\mu} = \frac{p_x^2}{2m} + \omega_c\sqrt{\frac{m_\mu}{m}} \times \left[ \frac{1}{2} - \frac{m_\mu^{3/4} m^{1/4} L U_0}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\sqrt{\frac{m_\mu}{m}}(p_y L)^2\right) \right] - \mu\gamma\sqrt{\frac{m_\mu}{m}} \frac{p_y^2}{2p_\parallel L^2}. \quad (32)$$

Как видно из (32), СО взаимодействие дает два вклада в расщепление подзон Ландау – экспоненциально зависящий от импульса  $p_y$  и линейный по продольному импульсу  $p_\parallel$ .

Таким образом, как и следовало ожидать, магнитное поле способствует локализации частицы око-

ло короткодействующего дефекта, которым в данном случае является  $\delta$ -образная яма: обе функции  $D_{q_\mu}$  убывают с ростом своих аргументов. Однако радиус локализации и энергия частицы существенно зависят от магнитного поля, и зависимости эти различны для электронов разной спиральности, а следовательно, различными будут и соответствующие числа заполнения. Это и позволит направленно изменять спиновую поляризацию в системе.

В 2D системе включение магнитного поля, направленного по оси  $x$ , приводит к модификации слабого с  $\sigma_x$  в (1):  $\alpha\sigma_x p_y \rightarrow \sigma(\alpha p_y - g\mu_B B/2)$  ( $g$  –  $g$ -фактор,  $\mu_B$  – магнетон Бора). Отсюда сразу следует, что спектр локализованных состояний в присутствии магнитного поля дается соотношением

$$E_\mu^{(B)}(p_x, p_y) = \frac{p_y^2}{2m} + \varepsilon_\mu(p_x, p_y - g\mu_B B/2\alpha), \quad (33)$$

где  $\varepsilon_\mu(p_x, p_y)$  определяется решением задачи в отсутствие магнитного поля.

Гораздо более громоздкие выкладки связаны со случаем  $\mathbf{B}\parallel y$ , когда характеристическое уравнение для  $\xi_\pm$  становится полным уравнением четвертого порядка. Мы оставляем эту задачу для более подробного анализа в другом месте.

Работа была поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований и грантом Президента РФ # 593.2003.2 для научных школ, а также программами РАН и Министерства образования и науки. Мы благодарим М. В. Энтина за обсуждения, а также В. Л. Гуревича и В. И. Переля за интерес к нашей работе.

1. V. M. Edelstein, Sol. State. Comm. **73**, 233 (1990).
2. A. G. Aronov, Yu. B. Lyanda-Geller, and G. E. Pikus, ЖЭТФ **100**, 973 (1991).
3. A. V. Chaplik, M. V. Entin, and L. I. Magarill, Physica **E13**, 744 (2002).
4. S. D. Ganichev, E. L. Ivchenko et al., Nature **417**, 153 (2002).
5. V. I. Perel, S. A. Tarasenko et al., Phys. Rev. **B67**, 201304(R) (2003).
6. Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, JETP Lett. **39**, 78 (1984).
7. E. I. Rashba and V. I. Sheka, in *Landau Level Spectroscopy*, Eds. G. Landwehr and E. I. Rashba, Elsevier, 1991, p. 178.
8. G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).