

## Звуковые моды в двумерном атомарном водороде на поверхности сверхтекучего $^4\text{He}$

А. И. Сафонов<sup>1)</sup>

*Российский научный центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 января 2005 г.

Рассмотрены возможные звуковые моды в сверхтекучем двумерном газе атомов водорода, адсорбированных на поверхности жидкого гелия при  $T \lesssim 0.1$  К, в зависимости от частоты колебаний и времен передачи энергии и импульса между двумерными подсистемами атомов H и риплонов, а также в объеме жидкости или в подложку. При высоких частотах в двумерном водороде реализуются аналоги обычного и второго звуков. В случае слабой связи с объемной жидкостью и с подложкой риплоны представляют собой добавку к нормальной компоненте водорода, что приводит к изменению скорости второго звука. В практически наиболее интересной области низких частот реализуется аналог четвертого звука, когда риплоны и нормальная компонента водорода неподвижны, а движется лишь сверхтекучая компонента водорода. При этом, в случае невысокой по сравнению с частотой звука скорости теплопередачи в объеме жидкости, могут также наблюдаться колебания температуры водорода, синфазные с колебаниями плотности. Обсуждаются способы возбуждения звуковых мод.

PACS: 03.75.Kk, 67.40.Pm, 67.65.+z, 68.03.Kn, 68.43.Pq

Двумерная сверхтекучесть [1, 2], наблюдавшаяся в пленках гелия толщиной в несколько атомных слоев [3], должна также иметь место и в бозе-газе. Одним из наиболее удачных примеров двумерного бозе-газа со слабым взаимодействием является газ поляризованных по электронному и ядерному спинам атомов водорода, занимающих единственное связанное состояние с энергией  $E_a = -1.14$  К в адсорбционном потенциале на поверхности жидкого гелия ( $2D\ H\downarrow$ ). Требуемая для наблюдения сверхтекучести высокая фазовая плотность  $2D\ H\downarrow$  может быть получена, например, в миниатюрной магнитной ловушке [4], при этом, однако, прямая регистрация  $2D\ H\downarrow$  существенно затруднена. Широкие возможности наблюдения и исследования процессов переноса по поверхности жидкого гелия с участием  $2D\ H\downarrow$  [5] открывают эксперименты по тепловому сжатию двумерного водорода с прямой диагностикой методом ЭПР спектроскопии [6, 7]. Таким образом, возникает вопрос о возможных экспериментальных проявлениях сверхтекучести двумерного водорода. Этот вопрос является частью более общей задачи о двумерном сверхтекучем бозе-газе на поверхности сверхтекучей бозе-жидкости.

Прежде всего, в сверхтекучем газе естественно ожидать появления нескольких видов колебаний, аналогичных первому (обычному), второму и т.д. звуку. Анализ колебательных мод на поверхности гелия

с участием двумерного атомарного водорода может быть выполнен на основе квантовой гидродинамики поверхности. Это позволяет перейти от микроскопического рассмотрения капиллярных волн к описанию в терминах двумерного газа элементарных возбуждений – риплонов [8]. Особенности же, связанные со сверхтекучестью  $2D\ H\downarrow$ , могут быть описаны в рамках двухжидкостной гидродинамики по аналогии с объемным сверхтекучим гелием [9] с той лишь разницей, что в нормальном движении помимо нормальной компоненты водорода могут принимать участие и риплоны.

Необходимо отметить, что взаимодействие водорода с риплонами приводит к образованию двух типов смешанных элементарных возбуждений [10], представляющих собой комбинации риплонов с квазичастицами водорода. Поэтому, строго говоря, под водородом и риплонами следует понимать соответственно водородоподобные и риплоноподобные возбуждения. Основной вклад во взаимодействие вносит процесс испускания или поглощения риплона атомом H, когда в начальном или в конечном состояниях атом обладает нулевым импульсом, то есть находится в квазиконденсате. В гамильтониане поверхности этому отвечают члены, квадратичные по операторам рождения (уничтожения) риплонов и надконденсатных квазичастиц водорода. Члены же третьего и более высокого порядков описывают релаксационные процессы, отвечающие за конечную ширину смешанных термов и их взаимодействие. Заметное откло-

<sup>1)</sup>e-mail: safonov@issph.kiae.ru

нение спектров элементарных возбуждений от чисто водородного и чисто риплонного имеет место, когда исходные термы достаточно близки. В рассматриваемых условиях это отвечает энергии, в несколько раз превосходящей тепловую, тогда как в длинноволновом пределе гибридизация исчезает. В результате реальное влияние гибридизации на термодинамику и кинетику поверхности оказывается незначительным [10].

Ключевыми величинами для рассматриваемого круга задач являются характерные времена передачи продольного импульса от водородной системы риплонам ( $\tau_{\text{HR}}$ ) и от риплонов в подложку или в объем жидкости ( $\tau_{\text{R}}$ ). Величина  $\tau_{\text{HR}}$  была вычислена Циммерманом и Берлинским в больцмановском пределе [11]. Естественно предположить, что в случае вырожденного водорода результат может быть существенно иным, что требует отдельного рассмотрения. Скорость же передачи импульса от риплонов фононам объемного гелия и в подложку была измерена Манцем и др. [12], а также получена теоретически в [13].

Соотношение между  $\tau_{\text{HR}}$  и  $\tau_{\text{R}}$  может быть, вообще говоря, совершенно произвольным в силу различной зависимости обеих величин от температуры и зависимости  $\tau_{\text{R}}$  от характера поверхности [13]. Так например, согласно [11],  $\tau_{\text{HR}}$  снижается от  $6 \cdot 10^{-7}$  до  $10^{-8}$  с при повышении температуры от 40 до 150 мК, тогда как  $\tau_{\text{R}}$  в случае пленки почти не меняется с температурой при  $T \lesssim 150$  мК [12], но обнаруживает сильную зависимость от толщины пленки [13, 14] и масштаба шероховатости подложки [13].

Разумеется гидродинамическое описание колебаний допустимо лишь в том случае, если частота колебаний заведомо мала по сравнению с частотами самих образующих двумерный газ квазичастиц. В справедливости такого допущения нетрудно убедиться, поскольку частота теплового риплона, равно как и элементарных возбуждений в 2D  $\text{H}\downarrow$ ,  $\Omega_T \sim T/\hbar \sim 10^{10} \text{с}^{-1}$  действительно достаточно велика.

Далее, гидродинамика исходит из предположения о локальном термодинамическом равновесии, которое мы дополняем предположением о равновесии каждой из подсистем в отдельности. Это в свою очередь означает, что установление теплового равновесия внутри подсистемы происходит много быстрее, чем обмен энергией и импульсом с другими подсистемами и термостатом (объемной жидкостью или подложкой). В отношении двумерного водорода такое предположение вполне оправдано. Действительно, в пределе свободных частиц,  $T \gg mc^2$ , где  $c$  – скорость звука, релаксация определяется межатомными столкновениями. Частота упругих столкно-

вений атомов  $\text{H}$  друг с другом составляет  $\tau_{\text{HH}}^{-1} \approx \sigma \cdot 3.5 \cdot 10^{-4} \text{см}^2/\text{с}$  [5] и во всем рассматриваемом диапазоне плотностей существенно превосходит  $\tau_{\text{HR}}^{-1}$ . В противоположном, акустическом пределе,  $T \ll mc^2$ , равновесие в 2D  $\text{H}\downarrow$  устанавливается благодаря взаимодействию фононов. Оценка времени релаксации за счет спонтанного распада фонона на два других, аналогично распаду фононов в сверхтекучем гелии, дает  $\tau^{-1} \sim \hbar k_T^4/m\sigma$  [15]. При плотности  $\sigma = 2 \cdot 10^{13} \text{см}^{-2}$  и температуре  $T = 0.1$  К волновой вектор теплового фонона составляет  $k_T = T/\hbar c = 3.2 \cdot 10^6 \text{см}^{-1}$ , откуда  $\tau \sim 3 \cdot 10^{-10}$  с.

Тепловая релаксация риплонов обусловлена, по видимому, процессом  $\text{R} \rightleftharpoons \text{R} + \text{R}$  [16]. В случае его недостаточной эффективности [17] правильнее было бы говорить о взаимодействии водорода с термостатом *посредством* риплонов, а возникающее при этом неравновесное распределение последних получать из кинетического уравнения. Термодинамическое описание риплонов тем не менее сохраняет смысл, когда  $\tau_{\text{HR}} \ll \tau_{\text{R}}$  или, напротив,  $\tau_{\text{HR}} \gg \tau_{\text{R}}$ . В этих двух важных предельных случаях распределение риплонов остается тепловым, а их температура и скорость совпадают со скоростью и температурой водорода или, соответственно, подложки.

Имея в виду сделанные оговорки, запишем линеаризованные уравнения переноса для двумерной системы, опустив диссипативные члены, отвечающие за продольную теплопроводность, диффузию и вязкость. Уравнение непрерывности для водорода [18] имеет вид (точка над переменной, как обычно, означает дифференцирование по времени):

$$\dot{\rho}_{\text{H}} + \text{div} \mathbf{j}_{\text{H}} = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{j}_{\text{H}} = \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s$  есть поток водорода,  $\mathbf{v}_n$  и  $\mathbf{v}_s$  – скорости нормальной и сверхтекучей компонент,  $\rho_n$  и  $\rho_s$  – соответствующие массовые плотности,  $\rho_{\text{H}} = m\sigma = \rho_n + \rho_s$  – полная плотность,  $m$  – масса атома  $\text{H}$ .

Уравнение движения для нормальной компоненты водорода

$$\rho_n \dot{\mathbf{v}}_n + \nabla P_{\text{H}} + \frac{\rho_n}{\tau_{\text{HR}}} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_{\text{R}}) = 0, \quad (2)$$

где  $P_{\text{H}}$  – двумерное давление водорода, включает передачу импульса от водорода риплонам в  $\tau$ -приближении, причем последний член в левой части следует рассматривать как формальное определение соответствующей постоянной времени  $\tau_{\text{HR}}$ .

Уравнение движения для риплонов с учетом передачи импульса в подложку выглядит аналогично:

$$\rho_{\text{R}} \dot{\mathbf{v}}_{\text{R}} + \nabla P_{\text{R}} - \frac{\rho_n}{\tau_{\text{HR}}} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_{\text{R}}) + \frac{\rho_{\text{R}}}{\tau_{\text{R}}} \mathbf{v}_{\text{R}} = 0. \quad (3)$$

Уравнение движения для сверхтекучей компоненты водорода имеет обычный вид

$$\dot{\mathbf{v}}_s + \nabla\mu_H = 0. \quad (4)$$

Удельный же химический потенциал водорода  $\mu_H \approx \sigma\tilde{U}/m$  определяется практически только Н-Н-взаимодействием, так как в условиях сверхтекучести  $\sigma\Lambda^2 \gtrsim 7$  [19, 20], и, следовательно, тепловой вклад в  $\mu_H$ , составляющий порядка  $Te^{-\sigma\Lambda^2}$ , экспоненциально мал (здесь  $\Lambda = \sqrt{2\pi\hbar^2/mT}$  – тепловая длина волны атома водорода, а  $\tilde{U}$  – параметр среднего поля, вообще говоря, зависящий от плотности [20]).

Передача тепла от водорода риплонам [11] и от риплонов в объем пленки [21] описывается уравнениями, фактически выражающими закон сохранения энергии:

$$T_H(\dot{S}_H + \text{div}S_H\mathbf{v}_n) + K_{HR}(T_H - T_R) = 0, \quad (5)$$

$$T_R(\dot{S}_R + \text{div}S_R\mathbf{v}_R) - K_{HR}(T_H - T_R) + K_{RP}(T_R - T_0) = 0. \quad (6)$$

Здесь  $T_0$  – температура жидкости в объеме пленки, а  $K_{HR}$  и  $K_{RP}$  – теплопроводности водород-риплонного и риплон-фононного контактов, причем  $K_{RP} = 5.3T^{17/3}\text{Вт}\cdot\text{см}^{-2}\text{К}^{-20/3}$  [21].

Считая отклонения термодинамических величин от их стационарных значений, а также  $\mathbf{v}_n$ ,  $\mathbf{v}_s$  и  $\mathbf{v}_R$  малыми, исключая из (1)–(6) скорости и подставляя решение в виде плоской волны  $\exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$ , получим систему из трех уравнений относительно амплитуд колебаний плотности водорода  $\rho'_H$  и температур  $T'_H$  и  $T'_R$ . Условие совместимости этих трех уравнений определяет, как обычно, связь между частотой  $\omega$  и волновым вектором  $k$ . В общем виде, однако, такое дисперсионное соотношение, содержащее члены вплоть до  $\omega^6$  и  $k^6$ , весьма громоздко.

Результаты оказываются наиболее прозрачными в некоторых предельных случаях. Так, в пределе высоких частот, когда одновременно  $\omega\tau_{HR} \gg 1$  и  $\omega\tau_R \gg 1$ , члены, описывающие передачу импульса, то есть содержащие  $\tau_{HR}$  и  $\tau_R$ , могут быть опущены. Скорость передачи тепла, как правило, не выше скорости передачи импульса, поэтому при указанном условии величины  $K_{RP}/\omega S_R$  и т.п. также заведомо малы (в частности,  $K_{RP}/S_R = 1.6 \cdot 10^5(T/0.1\text{К})^{13/3}\text{с}^{-1}$ ). Следовательно, водород и риплоны не связаны ни друг с другом, ни с подложкой, и система (1)–(6) распадается на две независимые системы. При этом уравнения (3) и (6) описывают распространение второго поверхностного звука (то есть волны плотности риплонов или, что то

же самое, температурной волны) со скоростью  $u_R = S_R/\sqrt{\rho_R(\partial S_R/\partial T)} \propto T_R^{1/3}$  [22]. Оставшиеся четыре уравнения описывают две различные моды колебаний в 2D Н $\downarrow$ , двумерные аналоги обычного и второго звуков. Исключая из них, как обычно, скорости и выражая  $\Delta\mu$  и  $\Delta P$  через приращения плотности и температуры водорода [23], приходим к системе уравнений

$$\ddot{\rho} - c^2\Delta\rho - S\Delta T = 0, \quad (7)$$

$$B\ddot{\rho} - c^2\frac{\rho_s}{\rho}\Delta\rho - \frac{\rho_n}{S}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)\ddot{T} = 0, \quad (8)$$

где все величины без индекса относятся к водороду,  $c^2 = (\partial P/\partial\rho)_T$  есть скорость обычного звука в 2D Н $\downarrow$ , и, кроме того, введено обозначение  $B = 1 - \frac{\rho_n}{S}\left(\frac{\partial S}{\partial\rho}\right)$ . Снова подставляя решение в виде плоской волны, получим уравнение для скорости распространения колебаний  $u = \omega/k$ :

$$u^4 - u^2\left[c^2 + \frac{BS^2}{\rho_n(\partial S/\partial T)}\right] + \left(\frac{\rho_s}{\rho}\right)c^2\frac{S^2}{\rho_n(\partial S/\partial T)} = 0. \quad (9)$$

В рассматриваемых условиях доля надконденсатной компоненты водорода приближается к  $\xi = m\tilde{U}/4\pi\hbar^2 \simeq 0.14$  [24, 20], то есть достаточно мала, а спектр элементарных возбуждений представляет собой боголюбовские квазичастицы, энергия  $\hbar\omega_k$  и волновой вектор  $k$  которых связаны известным соотношением  $\hbar\omega_k = (\epsilon_k^2 + 2\sigma\tilde{U}\epsilon_k)^{1/2}$ ,  $\epsilon_k = \hbar^2k^2/2m$ . При низких температурах основной вклад в энергию водорода помимо нулевого члена  $\sigma^2\tilde{U}/2$ , вносят длинноволновые возбуждения с близким к фононному законом дисперсии,  $\omega_k \approx ck$ ,  $c^2 = \sigma\tilde{U}/m$ . Разлагая давление водорода  $P_H = -F_H$ , где  $F_H$  – свободная энергия единицы поверхности, по степеням отношения  $\theta = T/mc^2$ , получим

$$P_H \simeq \frac{1}{2}\sigma^2\tilde{U}\left[1 + 2C\xi\theta^3 + \xi O(\theta^5)\right], \quad (10)$$

где  $C = \int_0^\infty (e^x - 1)^{-1}x^2 dx \simeq 2.404$ . Нетрудно оценить, что в условиях сверхтекучести второй и последующие члены в квадратных скобках оказываются заметно меньше первого. Из (10) находим выражение для энтропии водорода,  $S_H = (\partial P_H/\partial T)_\mu \simeq (\partial P_H/\partial T)_\sigma \simeq 3C\xi\sigma\theta^2$ , и, следовательно,  $B = 1 + \rho_n/\rho$ . Заметим, что численное значение  $S_H$  сопоставимо с энтропией риплонов,  $S_R \approx 1.52 \cdot 10^{-2}T^{4/3}$  эрг/см $^2$ К $^{7/3}$ . Далее, поскольку  $(\partial P_H/\partial\rho)_S \approx (\partial P_H/\partial\rho)_T \simeq c^2$ , находим окончательно скорости первого,

$$u_{H1}^2 \approx c^2 = \sigma\tilde{U}/m, \quad (11)$$

и второго

$$u_{\text{H}2}^2 \approx \frac{\rho_s S_{\text{H}}^2}{\rho_n \rho} \left( \frac{\partial S_{\text{H}}}{\partial T} \right)^{-1} \simeq \frac{3}{2} C \xi \left( \frac{\rho_s}{\rho_n} \right) \theta^3 c^2, \quad (12)$$

звуков в сверхтекучем двумерном водороде [25]. Интересно отметить, что скорость обычного звука, как и следовало ожидать, определяется лишь взаимодействием и от температуры не зависит, тогда как  $u_{\text{H}2}$  пропорциональна  $T^{3/2}$  и обратно пропорциональна плотности. В частности, при  $T \rightarrow 0$  доля нормальной компоненты стремится к  $\xi$ , а отношение скоростей составляет

$$u_{\text{H}2}/u_{\text{H}1} \simeq 1.9\theta^{3/2}. \quad (13)$$

Рассмотрим далее случай слабой связи риплонов с подложкой,  $\tau_{\text{HR}} \ll \tau_{\text{R}}$ . Такая ситуация может быть реализована, например, на поверхности объемной жидкости или макроскопически толстых пленок, а также при очень гладкой подложке, то есть когда в отсутствие водорода основным процессом релаксации импульса риплонов оказывается взаимодействие с фононами жидкости. В этом случае подбором частоты колебаний можно обеспечить условие  $\tau_{\text{HR}}\omega \ll 1 \ll \tau_{\text{R}}\omega$ , при котором риплоны представляют собой просто некоторую добавку к плотности нормальной компоненты водорода, по аналогии с тем, как малая примесь  $^3\text{He}$  в сверхтекучем гелии вносит вклад в нормальную (при низких температурах – фононную) плотность. При этом сохраняется полная энтропия  $S$ , а температуры водорода и риплонов совпадают. Тогда вместо (9) имеем

$$u^4 - u^2(Ac^2 + Bu_2^2) + (\rho_s/\rho)c^2u_2^2 = 0. \quad (14)$$

Здесь  $u_2$  отличается от  $u_{\text{H}2}$  заменой энтропии водорода на полную энтропию водород-риплонной смеси, а нормальной плотности  $\rho_n$ , соответственно, на  $\rho'_n = \rho_n + \rho_{\text{R}}$ . Множитель  $A = 1 - (\rho_{\text{R}}/\rho_{\text{H}})(\rho_n/\rho'_n)$  слабо отличается от единицы, поскольку в рассматриваемых условиях  $\rho_{\text{R}} \ll \rho_{\text{H}}$ . Таким образом, скорость обычного звука снова оказывается примерно равной  $c$ , а скорость второго звука, как и следовало ожидать, дается выражением

$$u_{\text{HR}2}^2 \approx \frac{\rho_s S^2}{\rho'_n \rho} \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Обратимся наконец к наиболее интересному с практической точки зрения случаю предельно низких частот,  $\omega\tau_{\text{R}} \ll 1$  и  $\omega\tau_{\text{HR}} \ll 1$ . В этом случае риплоны, а с ними и нормальная компонента водорода, оказываются неподвижными,  $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_{\text{R}} = 0$ , что

полностью аналогично распространению четвертого звука [9], в котором участвует лишь сверхтекучая компонента водорода. Тогда уравнение непрерывности (1) приобретает вид

$$\dot{\rho}_{\text{H}} + \rho_s \text{div} \mathbf{v}_s = 0, \quad (16)$$

откуда с учетом (4) и выражения для химического потенциала  $\mu_{\text{H}}$  получаем волновое уравнение

$$m\ddot{\sigma} - \frac{\rho_s \tilde{U}}{m} \Delta \sigma. \quad (17)$$

Таким образом, скорость четвертого звука есть

$$u_4^2 = \frac{\rho_s \tilde{U}}{m^2} = \frac{\rho_s}{\rho_{\text{H}}} c^2. \quad (18)$$

Быстрая передача продольного импульса в подложку вовсе не означает, что и передача тепла также будет происходить достаточно быстро, поскольку существует *упругий* канал релаксации продольного импульса риплонов [13]. Следовательно, при  $\omega \gg K_{\text{RP}}/S_{\text{R}} = 1.6 \cdot 10^5 (T/0.1\text{K})^{13/3} \text{c}^{-1}$  температуры водорода и риплонов не остаются постоянными. По условию,  $\omega \ll \tau_{\text{HR}}^{-1} \sim K_{\text{HR}}/S_{\text{H}}$ , то есть, теплопередача между водородом и риплонами происходит достаточно быстро, и значит,  $T_{\text{H}} \approx T_{\text{R}}$ . Тогда, складывая уравнения (5) и (6), видим, что сохраняется *полная* энтропия двумерной системы,

$$dS = \frac{\partial S_{\text{H}}}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial}{\partial T} (S_{\text{H}} + S_{\text{R}}) dT = 0. \quad (19)$$

Отсюда находим связь между амплитудами колебаний плотности водорода и температуры в звуковой волне:

$$\frac{\delta \sigma}{\sigma} \simeq \left[ 2 + \frac{\sigma \tilde{U}^2}{3C\xi T} \left( \frac{\partial S_{\text{R}}}{\partial T} \right) \right] \frac{\delta T}{T}. \quad (20)$$

Интересно отметить, что колебания плотности водорода и температуры происходят синфазно, поскольку производная  $(\partial S_{\text{H}}/\partial \sigma)_T$  отрицательна. Наконец, при самых низких частотах,  $\omega \ll K_{\text{RP}}/S_{\text{R}}$ , температура остается постоянной и равной температуре подложки.

В заключение отметим, что для постановки эксперимента особенно важен вопрос о способе возбуждения и регистрации колебаний. При высоких частотах, когда водород (вместе с риплонами или без них) фактически изолирован от подложки, возбуждение в нем колебаний за счет модуляции температуры или скорости подложки невозможно. Эффективная модуляция плотности самого водорода на частоте  $\omega$  с помощью ЭПР возможна лишь при  $\omega T_2 \lesssim 1$ ,

поскольку индуцированная рекомбинация атомов водорода является следствием поперечной релаксации с постоянной времени  $T_2$ . Действительно, в отсутствие поперечной релаксации прецессия спинов происходит *когерентно*, и, таким образом, любая пара атомов остается в триплетном состоянии, в котором рекомбинация невозможна. Вопрос о механизме и скорости поперечной релаксации в квазиконденсированном (локально-когерентном) двумерном водороде тесно связан с уже упоминавшейся задачей об установлении теплового равновесия. Классическая оценка скорости поперечной релаксации за счет диполь-дипольного взаимодействия при упругих столкновениях атомов дает  $T_2^{-1} \sim \sigma \cdot 10^{-6} \text{см}^2/\text{с}$  [6, 26], что сопоставимо со скоростью передачи импульса в риплоны  $\tau_{\text{НР}}^{-1}$ . Следовательно, ЭПР-возбуждение высокочастотных колебаний можно осуществить лишь при слабой связи риплонов с подложкой. Кроме того, известно, что диссипация двумерного сверхтекучего потока возрастает с увеличением как частоты колебаний, так и сверхтекучей скорости [3]. Из сказанного вытекает, что наиболее перспективным с точки зрения экспериментального наблюдения сверхтекучести в 2D  $\text{H}\downarrow$  является четвертый звук, реализующийся при низких частотах. Своеобразной разновидностью четвертого звука могут быть “колебания” с  $\omega = 0$ , то есть стационарный поток сверхтекучей компоненты. Эта мода, в частности, должна играть существенную роль в формировании неустойчивости спектра ЭПР двумерного водорода [6].

Автор признателен Л. А. Максимова за плодотворные обсуждения, а также И. И. Лукашевичу за поддержку и внимание к работе. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства науки и образования Российской Федерации.

1. В. Л. Березинский, ЖЭТФ **59**, 907 (1970); **61**, 1144 (1971).
2. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. **C5**, L124 (1972).
3. D. J. Bishop and J. D. Reppy, Phys. Rev. **B22**, 5171 (1980).
4. A. I. Safonov, S. A. Vasilyev, I. S. Yasnikov et al., Phys. Rev. Lett. **81**, 4545 (1998).
5. A. I. Safonov, A. A. Kharitonov, and I. I. Lukashevich, to appear in J. Low Temp. Phys. **138**, No. 1/2 (2005).

6. S. A. Vasilyev, A. I. Safonov, J. Järvinen et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 153002 (2002).
7. S. A. Vasilyev, J. Järvinen, A. I. Safonov, and S. Jaakkola, Phys. Rev. **A69**, 023610 (2004).
8. K. R. Atkins, Can. J. Phys. **31**, 1165 (1953).
9. И. М. Халатников, *Введение в теорию сверхтекучести*, М.: Гостехиздат, 1965.
10. M. W. Reynolds and G. V. Shlyapnikov, Phys. Lett. **A207**, 105 (1992).
11. D. S. Zimmerman and A. J. Berlinsky, Can. J. Phys. **61**, 508 (1983).
12. I. B. Mantz, D. O. Edwards, and V. U. Nayak, Phys. Rev. Lett. **44**, 66 (1980); Errata **44**, 1094 (1980).
13. А. И. Сафонов, С. С. Демух, А. А. Харитонов, Письма в ЖЭТФ **79**, 362 (2004).
14. I. B. Mantz, D. O. Edwards, and V. U. Nayak, J. de Physique (Paris), Colloque **39**, C6-300 (1978).
15. Е. М. Лившиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика IX. Статистическая физика. Часть 2*, М.: Наука, 1978, стр. 161–165.
16. W. F. Saam, Phys. Rev. **A8**, 1918 (1973).
17. P. Roche, M. Roger, and F. I. B. Williams, Phys. Rev. **B53**, 2225 (1996).
18. В отличие от обычной газовой смеси уравнение непрерывности для водород-риплонной смеси не имеет места, так как не сохраняется число риплонов.
19. N. Prokof'ev and B. Svistunov, Phys. Rev. **A66**, 043608 (2002).
20. U. Al Khawaia, J. O. Andersen, N. P. Proukakis, and H. T. C. Stoof, Phys. Rev. **A 66**, 013615 (2002).
21. M. W. Reynolds, I. D. Setija, and G. V. Shlyapnikov, Phys. Rev. **B46**, 575 (1992).
22. А. Ф. Андреев, Д. А. Компанец, ЖЭТФ **61**, 2459 (1972).
23. Здесь и далее мы пренебрегаем весьма слабой, не более чем логарифмической зависимостью  $\tilde{U}$  от плотности водорода (см., например, [24]).
24. Yu. Kagan, B. V. Svistunov, and G. V. Shlyapnikov, JETP Lett. **42**, 209 (1985).
25. При выводе выражений (11) и (12) мы воспользовались тем, что  $(u_{\text{H}_2}/c)^2 \ll 1$ , и сохранили лишь линейные по этому отношению поправки. Линейная поправка к  $u_{\text{H}_1}^2$  составляет  $2u_{\text{H}_2}^2(\rho_n/\rho_s)$  и, следовательно, может быть опущена, в то время как такая же по величине, но противоположного знака поправка к  $u_{\text{H}_2}^2$  оказывается существенной.
26. I. Shinkoda and W. N. Hardy, J. Low Temp. Phys. **85**, 99 (1991).