Письма в ЖЭТФ, том 81, вып. 5, с. 259 – 262

Оптико-акустический солитон в условиях замедленного света и вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна

С. В. Сазонов[1)]

Калининградский государственный университет, 236041 Калининград, Россия

Поступила в редакцию 16 декабря 2004 г.

Исследована возможность формирования устойчивого оптико-акустического солитона в режиме электромагнитно-индуцированной прозрачности при условии замедления групповой скорости света в ВРМБ-активной среде до скорости звука. Данная возможность появляется благодаря тому, что при этих условиях разрешено мандельштам-бриллюэновское рассеяние вперёд, запрещённое в недиспергирующей среде. Оптическая компонента представляет собой импульс огибающей, а акустическая составляющая не имеет несущей частоты. Показано, что такой солитон способен формироваться при аномально низких входных интенсивностях оптического импульса.

PACS: 42.50.Ar, 42.65.Es, 42.81.–i

Экспериментальные достижения по аномально сильному замедлению света как в газах [1], так и в твердых телах [2] в режиме электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) стимулировали серию работ по оптико-акустическому взаимодействию при коллинеарном распространении света и звука [3 – 5]. Ясно, что при такой геометрии данное взаимодействие наиболее эффективно при равенстве групповой скорости света скорости звука в рассматриваемом веществе. Солитонные механизмы генерации акустических импульсов в неколлинеарных режимах оптико-акустического взаимодействия рассмотрены в работе [6]. В [7] исследована возможность гиперзвукового просветления поглощающего парамагнетика с помощью микроволнового электромагнитного излучения, подаваемого на образец перпендикулярно распространению акустического импульса. При неколлинеарной геометрии равенство скоростей света и звука совершенно не обязательно.

В [4] показано, что при приближении групповой скорости света к скорости звука радикально изменяются параметры вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ). В частности, сделан вывод о том, что в условиях сильно замедленного света возможно прямое ВРМБ (то есть рассеяние вперед). В недиспергирующей среде такое рассеяние запрещено законами сохранения энергии и импульса при взаимодействии фотонов с фононами [8].

Так как ВРМБ – сугубо нелинейный эффект, то здесь важно не только влияние акустической фононной ветви на свет, но и обратное воздействие. В то же время, замедляющая свет среда является сильнодиспергирующей. Как известно, наличие нелинейности и дисперсии может привести к образованию в такой среде солитона. В этой связи возникает вопрос: возможна ли генерация акустического солитона при его дальнейшем синхронном распространении с замедленным световым импульсом в режиме прямого ВРМБ? Исследованию поставленного вопроса посвящена настоящая работа.

Рассмотрим сплошную изотропную среду (матрицу), содержащую в качестве примесей резонансные трехуровневые λ-переходы. Мощная оптическая накачка на переходе $2 \leftrightarrow 3$ (квантовые уровни пронумерованы снизу-вверх) создает для гораздо менее мощного сигнального светового импульса, резонансного переходу $1 \leftrightarrow 3$, режим ЭИП. Последний характеризуется резким уменьшением коэффициента поглощения (практически до нуля) и групповой скорости сигнального импульса, а также пленением населенностей квантовых уровней в системе λ-переходов.

Поляризационный отклик $P(\mathbf{r},t)$ диспергирующей среды на воздействие линейно поляризованного сигнального поля $E(\mathbf{r},t)$ представим в виде

$$P(\mathbf{r},t) = \chi_m E(\mathbf{r},t) + \int\limits_0^\infty \chi(\tau) E(\mathbf{r},t-\tau)dT, \qquad (1)$$

где χ_m – диэлектрическая восприимчивость матрицы, предполагаемой в рассматриваемом частотном диапазоне недиспергирующей, $\chi(\tau)$ – восприимчивость диспергирующей среды из примесных трехуровневых атомов.

Акустическая фононная ветвь приводит к модуляции восприимчивости матрицы [8]:

[1)] e-mail: barab@newmail.ru

$$\chi_m = \chi_m^{(0)} + (\partial\chi_m/\partial u)_0 u, \qquad (2)$$

где $u(\mathbf{r},t)$ – поле локальных продольных деформаций среды, индексы "0" соответствуют отсутствию деформаций.

Тогда плотность энергии оптико-акустического взаимодействия, обусловленного ВРМБ, имеет вид

$$V_{\rm int} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\chi_m}{\partial u}\right)_0 uE^2. \qquad (3)$$

Плотность же гамильтониана акустического поля

$$V_a = \frac{p^2}{2\rho_m} + \frac{1}{2}\rho_m a^2(\boldsymbol{\nabla} s)^2, \qquad (4)$$

где ρ_m – средняя плотность среды, a – скорость продольного звука в ней, s – поле локальных смещений, связанное с полем деформаций соотношением $u = \partial s/\partial z$, z – ось, совпадающая с направлением распространения оптического и порождаемого им акустического импульсов, p – поле плотности импульсов локальных смещений.

Используя (3), (4) и уравнения Гамильтона для сплошной среды

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta p}, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\delta H}{\delta s},$$

где $H = \int (V_a + V_{\rm int})d^3\mathbf{r}$, найдем

$$\Delta u - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{2\rho_m a^2}\left(\frac{\partial\chi_m}{\partial u}\right)_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2}(E^2). \qquad (5)$$

Здесь Δ – оператор Лапласа.

Из (1), (2) и уравнения Максвелла для E получим

$$\Delta E - \frac{n_m^2}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\int\limits_0^\infty \chi(\tau)E(\mathbf{r},t-\tau)d\tau + \left(\frac{\partial\chi_m}{\partial u}\right)_0 uE\right], \qquad (6)$$

где c – скорость света в вакууме, $n_m = \sqrt{1+4\pi\chi_m}$ – показатель преломления матрицы. Нелинейная интегро-дифференциальная система (5), (6) самосогласованным образом описывает режим ВРМБ в диспергирующей среде.

Пусть теперь световое поле представляет собой квазимонохроматический импульс с несущей частотой ω_0 и волновым числом k_0. Тогда

$$E(\mathbf{r},t) = \psi(\mathbf{r},t)\exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] + \text{c.c}, \qquad (7)$$

где $\psi(\mathbf{r},t)$ – медленно меняющаяся огибающая.

Следуя [9], после подстановки (7) в (6) разложим $\psi(\mathbf{r},t-\tau)$ в ряд Тейлора по τ. Ограничиваясь учетом групповой дисперсии минимального порядка, запишем

$$\int\limits_0^\infty \chi(\tau)E(\mathbf{r},t-\tau)d\tau =$$

$$= \left[\chi(\omega_0)\psi - i\left(\frac{\partial\chi}{\partial\omega}\right)\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}\right)_0 \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\right]\times$$

$$\times\exp[i(\omega_0 t - k_0 z)] + \text{c.c.}, \qquad (8)$$

где частотная восприимчивость примесей $\chi(\omega) = \int\limits_0^\infty \chi(\tau)\exp(i\omega\tau)d\tau$, нижний индекс 0 в разложении (8) обозначает, что соответствующие производные берутся при $\omega = \omega_0$.

Подставляя (7) и (8) в (6) и (5), после пренебрежения относительно быстроосциллирующими слагаемыми получим

$$i\left(\frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{1}{v_g}\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) + \frac{k_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{2\pi\omega_0}{cn}\left(\frac{\partial\chi_m}{\partial u}\right)_0 u\psi + \frac{c}{2n\omega_0}\Delta_\perp\psi, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_m a^2}\left(\frac{\partial\chi_m}{\partial u}\right)_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2}(|\psi|^2) - \Delta_\perp u. \qquad (10)$$

Здесь $\psi_g = c/(n + \omega_0(\partial n/\partial\omega)_0)$ – групповая скорость сигнального оптического импульса, $n = [1 + 4\pi(\chi_m + \chi(\omega_0))]^{1/2}$ – общий показатель преломления среды, $k_2 = (\partial(1/v_g)/\partial\omega)_0$ – параметр дисперсии групповой скорости, $\Delta_\perp$ – поперечный лапласиан. Заметим, что в (9) и (10) акустическая волна, в отличие от оптического поля, представлена не огибающей, а самим полем деформации. То есть акустический импульс, вообще говоря, не имеет несущей частоты.

Ниже будем предполагать точное равенство несущей частоты ω_0 сигнального оптического импульса частоте квантового перехода $1 \leftrightarrow 3$. В этом случае $\chi(\omega_0) = 0$ [10], а $(\partial^2 n/\partial\omega^2)_0 = 0$ [11]. Следовательно, $n = n_m$ и $k_2 = 2(\partial n/\partial\omega)_0/c > 0$. Таким образом, групповая дисперсия в центре линии резонансного поглощения положительна.

В одномерном случае ($\Delta_\perp = 0$) уравнения (9), (10) переходят в известную систему Захарова [12]. При $v_g = a$ имеем случай резонанса Захарова–Бенни или резонанса длинных и коротких волн [13]: групповая скорость коротковолновой (оптической) компоненты равна фазовой скорости длинноволновой (акустической) составляющей. Именно при этом условии взаимодействие между звуком и замедленным светом наиболее эффективно. В данном случае в (10) удобно перейти к приближению квазиоднонаправленного распространения [13]. Учитывая, что (2) имеет характер разложения, приходим к выводу о малости

первого слагаемого в правой части (10). Примем также параксиальное приближение ($\Delta_\perp u \ll \partial^2 u/\partial z^2$). Введем "локальное" время $\tau = t - z/a = t - z/v_g$ и "медленную" координату $\zeta = \mu z$, где малый параметр μ пропорционален правой части (10). Тогда, пренебрегая членами $\sim \mu^2$, перепишем (9), (10) в виде

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{k_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} = \alpha u\psi + \frac{c}{2n_m\omega_0}\Delta_\perp\psi, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\beta\frac{\partial}{\partial\tau}(|\psi|^2) + \frac{a}{2}\Delta_\perp\int\limits_{-\infty}^{\tau} u d\tau', \qquad (12)$$

где $\alpha = (2\pi\omega_0/cn)(\partial\chi_m/\partial u)_0$, $\beta = (\partial\chi_m/\partial u)_0/(2\rho_m a^3)$.

В одномерном случае уравнения (11), (12) являются интегрируемой системой Ядзимы–Ойкавы [14], которая имеет односолитонное решение вида

$$\psi = \psi_m e^{-i(\Omega t - qz)}\mathrm{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right),$$

$$u = -u_m\mathrm{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right). \qquad (13)$$

Здесь $\psi_m = (|k_2|/\tau_p)\sqrt{\Omega/\alpha\beta}$, $u_m = k_2/\alpha\tau_p^2$, $q = \Omega/a + (k_2/2)(1/\tau_p^2 - \Omega^2)$, а скорость распространения v определяется соотношением $1/v = 1/a - k_2\Omega$.

Решение (13) зависит от двух свободных параметров: длительности τ_p и нелинейного сдвига Ω частоты оптической компоненты солитона. Из выражений для α, β и ψ_m следует, что $\Omega \geq 0$. Отсюда, а также из (13) и (7) приходим к выводу о сдвиге частоты оптической составляющей в красную область спектра: $\omega_0 \to \omega_0 - \Omega$. Это соответствует потере энергии каждого фотона при ВРМБ и возбуждению фононных мод.

При $v_g = a$ и рассеянии вперед, как следует из работы [4], на величину Ω нет формальных ограничений. Заметим, однако, что значение Ω ограничено сверху в силу двух причин: 1) огибающая ψ является медленно меняющейся, поэтому $\Omega \ll \omega_0$ (см. (7) и (13)); 2) величина Ω должна соответствовать принятому здесь бездисперсионному приближению для звука, а следовательно, – низкочастотному участку первой зоны Бриллюэна. По этой же причине имеется ограничение снизу на длительность импульса $\tau_p \gg h/a$, где h – расстояние между элементарными ячейками вещества – ближайшими соседями – в направлении распространения солитона. Взяв $h \approx 5\cdot10^{-8}$ см, $a \approx 5\cdot10^5$ см/с, получим $\tau_p \gg 10^{-13}$ с. Таким образом, нижняя граница значений $\tau_p \sim 1$ пс.

Заметим, что при $\Omega = 0$ оптическая компонента солитона обращается в нуль. Данное обстоятельство соответствует тому, что вся энергия входного светового импульса преобразуется в солитон деформации. Для выяснения условий, при которых может произойти такое явление, необходимо решить граничную задачу для системы (11), (12), что представляет собой самостоятельное исследование.

Как следует из выражения для u_m, при $(\partial\chi_m/\partial u)_0 > 0$ акустическая компонента солитона является деформацией сжатия, в противном случае – деформацией растяжения.

С точки зрения возможных экспериментов важен вопрос устойчивости солитона (13) по отношению к поперечным возмущениям. Учтем последние с помощью метода "усредненного лагранжиана" типа Уизема [15].

Системе (11), (12) соответствует плотность лагранжиана

$$L = \frac{i}{2}\left(\psi\frac{\partial\psi^\bullet}{\partial z} - \psi^\bullet\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) + \frac{k_2}{2}\left|\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\right|^2 + \alpha|\psi|^2\frac{\partial Q}{\partial\tau} -$$

$$-\frac{c}{2n\omega_0}|\nabla_\perp\psi|^2 + \frac{\alpha}{2\beta}\left[\frac{\partial Q}{\partial\tau}\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{a}{2}(\nabla_\perp Q)^2\right], \qquad (14)$$

где переменная Q связана с относительной деформацией соотношением $u = \partial Q/\partial\tau$.

В качестве пробных решений выберем выражения (13) с точностью до замен $1/\tau_p \to \rho$, $qz \to \Omega z/a - n\omega_0\Phi/c$, где новые динамические параметры ρ и Φ являются подлежащими определению функции координат. Подставляя пробные решения в (14) и интегрируя по "быстрой" переменной τ, подобно тому, как это проделано в [16] для других нелинейных уравнений, получим "усредненный лагранжиан" вида

$$\Lambda \equiv \frac{c\alpha\beta}{2n\omega_0\Omega k_2^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} L d\tau = -\rho\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{1}{2}\rho(\nabla_\perp\Phi)^2 +$$

$$+\frac{ck_2}{2n\omega_0}(\Omega^2\rho - \rho^3/3) -$$

$$-\frac{c}{12n\omega_0}\left[\frac{c}{n\omega_0}\left(\frac{\pi^2}{6} + 2\right) + \frac{a}{2\Omega}\right]\frac{(\nabla_\perp\rho)^2}{\rho}. \qquad (15)$$

Записывая с использованием (15) уравнения Эйлера–Лагранжа для ρ и Φ, придем к системе "гидродинамического" типа

$$\frac{\partial\rho}{\partial z} + \nabla_\perp(\rho(\nabla_\perp\Phi)) = 0,$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{(\nabla_\perp\Phi)^2}{2} + \frac{ck_2}{2n\omega_0}(\rho^2 - \Omega^2) =$$

$$= \frac{c}{6n\omega_0}\left[\frac{c}{n\omega_0}\left(\frac{\pi^2}{6} + 2\right) + \frac{a}{2\Omega}\right]\left[\frac{\Delta_\perp\rho}{\rho} - \frac{(\nabla_\perp\rho)^2}{2\rho^2}\right]. \qquad (16)$$

В одномерном случае система (16) имеет решения $\rho = 1/\tau_p = \mathrm{const}$, $\Phi = \Phi_0(z) = (ck_2/2n\omega_0)(\Omega^2 - 1/\tau_p^2)z$, в точности соответствующие солитонам (13). Это является существенным аргументом в пользу метода "усредненного лагранжиана".

В общем случае анализ (16) достаточно сложен из-за ее нелинейности. Поэтому мы ограничимся учетом малых поперечных возмущений, соответствующих слабым "шевелениям" солитонов (13). В соответствии с этим запишем $\rho = 1/\tau_p + \rho_1$, $\Phi = \Phi_0 + \Phi_1$, где $\rho_1 \ll 1/\tau_p$, $\Phi_1 \ll \Phi_0$. Линеаризуя затем (16) относительно ρ_1, Φ_1 и полагая $\rho_1, \Phi_1 \sim \exp\lfloor i(q_\parallel z + \mathbf{q}_\perp \mathbf{r}_\perp \rfloor$, получим "дисперсионное" уравнение

$$q_\parallel^2 = \frac{c}{2n\omega_0}\left\{\frac{k_2}{\tau_p^2} + \frac{1}{3}\left[\frac{c}{n\omega_0}\left(\frac{\pi^2}{6} + 2\right) + \frac{a}{2\Omega}\right]q_\perp^2\right\}q_\perp^2. \tag{17}$$

Как было сказано выше, $k_2, \Omega > 0$. Следовательно, значения $q_\parallel$ сугубо вещественны, а потому оптико-акустический солитон (13) устойчив по отношению к малым поперечным возмущениям.

Сделаем численные оценки параметров оптико-акустического солитона (13). Замедление света в твердых телах может быть эффективным при допировании их ионами редкоземельных элементов [2]. В последней работе эксперименты по замедлению света проводились при температуре 5 K в диэлектрике Y_2SiO_5, содержащем в качестве примесей в пересчете на количество атомов 0.05% ионов Pr. Данные ионы выбраны из тех соображений, что их квантовые переходы в указанной матрице характеризуются очень малым неоднородным уширением, а потому замедление света может быть наиболее эффективным. При интенсивности накачки $I_p \approx 470\,\text{Вт/см}^2$ свет в данном веществе был замедлен до $v_g \approx 4.5 \cdot 10^3\,\text{см/с}$. Величина же скорости звука примерно на два порядка больше. Учитывая, что групповая скорость сильно замедленной световой компоненты в режиме ЭИП пропорциональна квадрату частоты Раби поля накачки и, следовательно, – интенсивности I_p [1], приходим к выводу о необходимости увеличения значения I_p для выполнения условия $v_g \approx a$ до $47\,\text{кВт/см}^2$. Пусть длительность солитона $\tau_p \approx 100\,\text{пс}$. Тогда, взяв $\omega_0 \sim 10^{15}\,\text{с}^{-1}$, $a \approx 5 \cdot 10^5\,\text{см/с}$, $\Omega \sim 10^{11}\,\text{с}^{-1}$, $\rho_m \approx 2\,\text{г/см}^3$, $(\partial\chi_m/\partial u)_0 \sim \chi_m \sim 0.1$ [8], $n_m \sim 1$, $k_2 \sim 1/a\omega_0$, для интенсивности оптической компоненты солитона будем иметь $I_{\text{opt}} \approx c\psi_m^2/4\pi \sim 10^{-2}\,\text{Вт/см}^2$, а для величины относительной деформации u_m и соответствующей интенсивности I_s акустической составляющей найдем $u_m \sim 10^{-9}$, $I_s \approx \rho_m a^3 u_m^2/2 \sim 10^{-8}\,\text{Вт/см}^2$. Заметим, что данные оценки по порядку величины совпадают с соответствующими оценками, проведенными в [4] для несолитонного режима прямого ВРМБ. Итак, при длительности в сотни пикосекунд интенсивности оптико-акустического солитона аномально малы, а оптическая составляющая является в значительной степени доминирующей. С укорочением же длительности солитона его интенсивность растет вместе с удельным весом акустической компоненты.

Аномально малые значения интенсивности оптической компоненты рассмотренного здесь солитона по отношению к интенсивностям обычных световых солитонов [9] согласуются с выводами работ [17, 18], где показано, что в режиме ЭИП нелинейные характеристики среды приобретают гигантский характер, а потому проявляют себя при очень низких интенсивностях сигнальных полей.

1. L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. Behroozi, Nature **397**, 594 (1999).
2. A. V. Turukhin, V. S. Sudarshanam, M. S. Shahriar et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 023602-1 (2002).
3. A. B. Matsko, Yu. V. Rostovtsev, H. Z. Cummins, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **84**, 5752 (2000).
4. A. B. Matsko, Yu. V. Rostovtsev, M. Fleishhauer, and M. O. Scully, Phys. Rev. Lett. **86**, 2006 (2001).
5. А. В. Гулаков, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **79**, 746 (2004).
6. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **126**, 155 (2004).
7. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **76**, 176 (2002).
8. Р. Пателл, Г. Путхофф, *Основы квантовой электроники*, М.: Мир, 1972. [R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics*, Wiley, New York, 1969].
9. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, М.: Наука, 1988.
10. S. E. Harris, Phys. Today **July**, 36 (1997).
11. S. E. Harris, J. E. Field, and A. Kasapi, Phys. Rev. **A46**, R29 (1992).
12. В. Е. Захаров, ЖЭТФ **62**, 1745 (1972).
13. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, М.: Мир, 1988. [R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, and H. C. Morris, *Solitons and Nonlinear Wave Equations*, Academic Press, Inc., London, 1984].
14. N. Yadjima and M. Oikawa, Progr. Theor. Phys. **56**, 1719 (1976).
15. С. К. Жданов, Б. А. Трубников, ЖЭТФ **92**, 1612 (1987).
16. С. В. Сазонов, ЖЭТФ **125**, 1409 (2004).
17. H. Schmidt and A. Imamoglu, Opt. Lett. **21**, 1936 (1996).
18. M. Lukin and A. Imamoglu, Phys. Rev. Lett. **84**, 1419 (2000).