Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 6, стр. 236 – 239 *25 сентября 1984 г.*

ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА ДВУМЕРНОЙ АНТИФЕРРОМАГНИТНОЙ *XY*-МОДЕЛИ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Вик.С.Доценко, Г.В.Уймин

Показано, что фазовая диаграмма двумерных (*2D*) планарных антиферромагнетиков (*AF XY*-модель) во внешнем магнитном поле содержит наряду с линиями переходов Березинского – Костерлица –Таулеса (БКТ), также линии переходов изинговского (И) типа, связанных с существованием дискретной симметрии.

Рассматриваемая здесь система – AF-магнетики на квадратной (s-) или на правильной треугольной (t-) решетке – описываются гамильтонианом

$$\mathcal{H} = J \sum_{\mathbf{r},\mathbf{r}'} \mathbf{m}_{\mathbf{r}} \mathbf{m}_{\mathbf{r}'} - h \sum_{\mathbf{r}} \mathbf{m}_{\mathbf{r}}. \tag{1}$$

Двухкомпонентный магнитный момент $\mathbf{m}_{\mathbf{r}} (m^x_{\mathbf{r}}, m^y_{\mathbf{r}})$, расположенный в узле $\mathbf{r}$, имеет единичную длину, взаимодействует только с ближайшими соседями и с магнитным полем $\mathbf{h}$, также двухкомпонентным.

Главное различие моделей "$AF\ XY$ + поле" на s- и t-решетках состоит в том, что основное состояние (ОС) первой двукратно вырождено, а для второй непрерывное вырождение, сохраняется, как и в отсутствие поля. Причина заключается в том, что на t-решетке системе выгодно образовать три магнитные подрешетки вместо двух, как в AF-магнетике на s-решетке. Мы сначала проанализируем случай t-решетки, а в конце статьи вернемся к s-решетке.

Вычисляя энергию трехподрешеточной конфигурации, отнесенную к одному узлу решетки

$$E^{(0)} = -3J/2 + J(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \mathbf{m}_3)^2/2 - \mathbf{h}(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \mathbf{m}_3)/3 \tag{2}$$

и минимизируя ее, получим $E^{(0)} = -3J/2 - h^2/18J$ причем

$$\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2 + \mathbf{m}_3 = \mathbf{h}/3J. \tag{3}$$

Направление $\mathbf{m}_j$ задается углом ϕ_j ($j = 1,\ 2,\ 3$), который удобно отсчитывать от направления поля. В этих переменных уравнение (3) представляет собой систему двух уравнений с тремя неизвестными, что оставляет непрерывную степень свободы для ОС. На рис. 1 показаны линии в 3-мерном пространстве (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3), являющиеся решениями уравнения (3). В малых полях $0 < h < h_{c1} = 3J$ пространство вырождения ОС состоит из двух линий, на одной ($B_1B_2B_3$) циркуляция в тройке векторов $\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$, $\mathbf{m}_3$ равна 2π, на другой ($A_1A_2A_3$) циркуляция равна -2π. При $h = h_{c1}$ две линии вырождаются в одну – самопресекающуюся (см. рис. 1, *б*). При $h_{c1} < h < h_{c2} = 9J$ линия становится замкнутой, а в окрестности значений $\phi = \pm\pi$ появляется запрещенная область для ОС. С увеличением поля окрестность расширяется и занимает все $\vec{\phi}$ – пространство при $h = h_{c2}$.

Построение фазовой диаграммы начнем с области, соответствующей рис. 1, *а*. Наряду с непрерывным вырождением, ведущим при $T \neq 0$ к образованию фазы Березинского (так называемой фазы со степенным порядком), в системе существует дискретная изинговская симметрия. Изинговская переменная связана с локальным положением системы на линии $A_1A_2A_3$ либо на $B_1B_2B_3$. Элементы этой симметрии при низких температурах упорядочены. Это никак не противоречит отсутствию дальнего порядка для спиновой переменной, поскольку дискретная симметрия определяется локальным расположением моментов.

Сообразно двум типам симметрий существенными являются и два типа топологических возбуждений. К первому относятся обычные вихри, связывающиеся при низких температурах в нейтральные молекулы, которые диссоциируют при температуре БКТ-перехода $T_{БКТ}$. Второй тип возбуждений – стенки. Они разделяют два вакуумных состояния, соответствующих линиям $A_1A_2A_3$ и $B_1B_2B_3$. При переходе к изинговской температуре разупорядочения $T_И$ пропадает энергетический барьер между точками A_1 и B_1, A_2 и B_2, A_3 и B_3 рис. 1, *а*. При $h = 0$ барьер исчезает не только в этих точках, но из любой точки на прямой $A_1A_2A_3$ можно непосредственно безбарьерно попасть на прямую $B_1B_2B_3$. Численные оценки, проведенные в [1], показали, что при $h = 0$ $T_И$ должна быть меньше, чем $T_{БКТ}$. Там же был сделан вывод об инициировании $И$-переходом перехода БКТ в точке $T_И$, что должно привести к фазовому переходу с новым классом универсальности. Однако, при приближении к $T_И$ снизу происходит уменьшение спиновой жесткости ρ_s, которая непосредственно определяет $T_{БКТ}$ (при $T = T_И$ и $h = 0$ ρ_s обращается в нуль тождественно). По этой причине фазовый переход БКТ должен произойти раньше изинговского, по крайней мере, при $h = 0$, что было подтверждено численным расчетом работы [2].

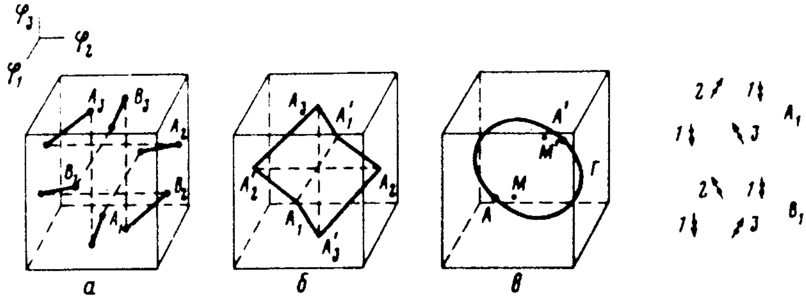

Рис. 1. Линии вырождения ОС на t-решетке. Область изменения $\phi(-\pi, \pi)$. Пунктиром соединены эквивалентные точки. Справа показан фрагмент решетки, соответствующий точкам A_1 и B_1

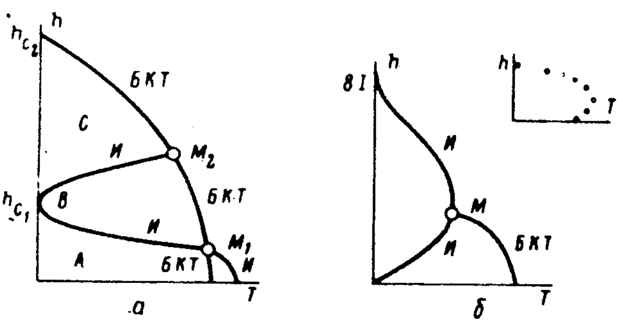

Рис. 2. Качественный вид фазовой диаграммы: *а* – для t-, *б* – для s-решетки. M, M_1, M_2 – мультикритические точки. A, B, C – фазы Березинского с топологией возбуждений, соответствующих рис. 1, *а, б, в*

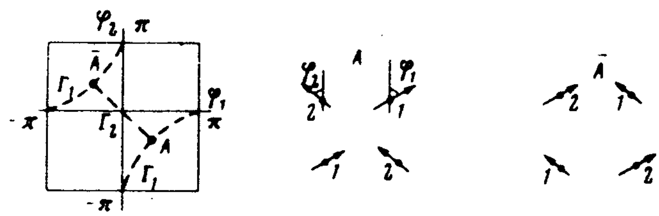

Рис. 3. A и $\bar{A}$ – точки вырождения ОС на s-решетке. Справа – соответствующие им фрагменты решетки

Заметим, что при рассмотренном $И$-переходе картинка с рис. 1, *а* "превращается" в рис. 1, *б*. При $h = 0$ этой трансформации соответствует $T_И \sim J$ – такова энергия ϵ стенки на единицу ее длины. Однако, при $h \to h_{c_1}$ точки A_1 и B_1 сближаются – энергия стенки становится малой ($\epsilon \sim (h_{c_1} - h)^{3/2}/J^{1/2}$), а ее толщина l – большой ($l \sim J^{1/2}/(h_{c_1} - h)^{1/2}$). Поэтому

$$T_И(h) \sim \epsilon/\ln l \to 0 \quad \text{при } h \to h_{c_1}. \qquad (4)$$

Линия $И$-переходов разделяет области, вихревые возбуждения в которых определяются топологией рис. 1, *а* и рис. 1, *б*. Так, в случае *а* вихрю соответствует обход $A_1A_2A_3A_1$ или $B_1B_2B_3B_1$ с суммарной циркуляцией момента $\pm 6\pi$ во всех трех подрешетках. В случае *б* кроме уже перечисленных имеется также обход $A_1A_2'(A_2)A_1'(A_1)$, который соответствует вихрю с фиксированным $\phi_3 = 0$ и $\phi_1 = \phi_2 - \pi$ и с полной циркуляцией $\pm 4\pi$. Эквивалентные рассмотренному вихри получаются заменой подрешеток. Следовательно, выше линии $И$-переходов БКТ-переход осуществляется в результате конкуренции нескольких типов вихрей. Здесь нет противоречия – строгое заключение о предшествовании БКТ-перехода изинговскому справедливо при $h = 0$. Как только $h \neq 0$ ρ_s на линии *И*-переходов не обращается в нуль тождественно. Поэтому должна существовать мультикритическая точка M_1 (см. рис. 2, *а*), в которую сходятся линии И- и БКТ-переходов, причем тип БКТ-перехода меняется при переходе через эту точку.

Теперь перейдем к рассмотрению окрестности $h = h_{c_2}$. Топология в этом случае может быть понята из рис. 1, *в*. Пространство вырождения – замкнутый контур Г, который обеспечивает существование неустранимой топологической особенности типа вихря (хотя и с нулевой циркуляцией!). Температура БКТ-перехода обращается в нуль при $h \to h_{c_2}$ по закону

$$T_{БКТ} \sim h_{c_2} - h.$$

При уменьшении поля от h_{c_2} к h_{c_1} контур Г приближается к границе куба, а его траектория становится близкой к изображенной на рис. 1, *б*. Между двумя состояниями A и A' (рис. 1, *в*), которые в пределе $h \to h_{c_1}$ переходят в A_1 и A_1' (рис. 1, *б*) можно безбарьерно пройти вдоль контура Г. Существует температура, при которой прямой переход $A \rightleftharpoons A'$ через точку M ($\phi_1 = \pi$, $\phi_2 = \phi_3 = 0$) также оказывается безбарьерным. При этом контур Г становится эквивалентным контуру рис. 1, *б*. Сам переход имеет характер изинговского, а температура его дается выражением, аналогичным (4).

Соображения, приведенные выше, суммирует фазовая диаграмма рис. 2, *а*.

В конце статьи обсудим ту же проблему, но на s-решетке. В отличие от рассмотренного выше случая число подрешеток равно двум, а пространство вырождения ОС – две точки на плоскости (ϕ_1, ϕ_2)(рис. 3). Главными возбуждениями изинговского типа являются стенки, выше определенной температуры снимающие барьер между состояниями A и $\bar{A}$ (рис. 3). В слабых полях барьер снимается вдоль контура Γ_1, в сильных – вдоль Γ_2. В первом случае в образовавшейся изотропной фазе вихревые возбуждения возможны, во втором – запрещены. Фазовая диаграмма представлена на рис. 2, *б*. В его верхней части показан результат численного расчета [1], который, видимо, воспроизводит лишь линию И-переходов. Согласно нашим представлениям линия должна приходить в начало координат. Обнаружить это при численном моделировании сложно, так как стенки в этой области становятся широкими ($l \sim J/h$) и могут достигать размеров системы.

Рассмотренные здесь теоретически магнитные системы не должны быть уникальными, и мы надеемся, что скоро наши представления, выраженные в рис. 2, найдут экспериментальное подтверждение.

Литература

1. *Lee D.H., Joannopoulos J.D., Negele J.W., Landau D.P.* Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 433.
2. *Miyashita S., Shiba H.* J. Phys. Soc. of Japan, 1984, 53, 1145.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24 июля 1984 г.