

Аналог особенности Мигдала – Кона в поляритонном спектре двумерного кристалла

О. А. Дубовский¹⁾

Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 8 апреля 2005 г.

Показано, что в двумерном кристалле радиационная поляритонная ветвь с аномально большой радиационной шириной (“superradiance”) имеет в фазовом пространстве аналог особенности Мигдала – Кона при стыковке с обнаруженной дополнительной ветвью.

PACS: 71.35.Aa, 71.36.+c

В [1, 2] показано, что в поляритонных спектрах одномерных и двумерных (1D, 2D) кристаллов высокочастотные ветви вследствие запаздывающего взаимодействия кулоновских экситонов Френкеля и фотонов имеют аномально большие радиационные полуширины $\Gamma_1 \cong \gamma(\lambda/a)$ и $\Gamma_2 \cong \gamma(\lambda/a)^2$, где γ – радиационная полуширина линии дипольного оптического излучения с частотой ω_0 изолированного мономера, λ – длина волны и $a \ll \lambda$ – постоянная решетки. Экспериментально этот эффект “superradiance” ($\Gamma_{1,2} \gg \gamma$) был обнаружен в ряде работ при использовании пикосекундных лазеров [3]. В [1, 2] полагалось, что радиационные ветви должны иметь точки окончания дисперсионных кривых, в которых аномально большое уширение уже сопоставимо с частотой радиационной ветви. Однако в недавней работе [4] было показано, что в 1D кристалле радиационная ветвь в определенной точке фазового пространства, точке окончания спектра, непрерывно стыкуется при бесконечной групповой скорости (аналог особенности Мигдала – Кона) с вновь обнаруженной ветвью – дополнительным решением соответствующего дисперсионного уравнения. При этом аномально большая радиационная ширина все же существенно меньше частоты поляритонной ветви. Наиболее наглядно это поведение двух стыкующихся с бесконечной производной ветвей видно из точного аналитического решения дисперсионного уравнения при наклоне диполей к оси цепочки под углом $\arccos(1/\sqrt{3})$, дающего инвертированное представление дисперсионной зависимости волнового вектора $k = k(\omega)$ от частоты ω [4]:

$$k = \frac{1}{a} \arccos \left(\cos \left(\frac{\omega a}{c} \right) + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(2/3)T\omega^2} \right) \right), \quad (1)$$

где константа $T = 2|P|^2\omega_0/\hbar ac^2$ с матричным элементом P дипольного перехода в мономере.

Представляет интерес принципиальный вопрос о существовании указанных в [4] для 1D кристаллов спектральных особенностей также и в 2D кристаллах. Для 2D кристаллов точное аналитическое представление соответствующих диполь-дипольных сумм, аналогичное тому, которое было использовано при выводе (1), отсутствует, и поэтому в настоящей работе получено соответствующее дисперсионное уравнение и представлено его компьютерное решение. Рассматривается 2D кристалл с квадратной решеткой с дипольными переходами в мономерах, ортогональными плоскости кристалла. В классической теории поля фурье-компонента ортогональной компоненты электрического поля $E_\omega(\mathbf{r}_1)$ в узле \mathbf{r}_1 излучения от диполя $d_\omega(\mathbf{r}_2)$ в узле \mathbf{r}_2 представляется следующим образом:

$$E_\omega = \left(\frac{\omega^2}{Rc^2} + \frac{i\omega}{R^2c} - \frac{1}{R^3} \right) \exp \left(i \frac{\omega}{c} R \right) d_\omega, \quad (2)$$

$$R = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|.$$

В квантовой теории в представлении вторичного квантования после диагонализации гамильтониана, квадратичного по бозе-операторам рождения и уничтожения фотонов и узельных возбуждений, стандартным u, v преобразованием Боголюбова – Тябликова ([4]) после некоторых вычислений для волновых решений с волновым вектором \mathbf{k} (k_x, k_y) и энергией $E = \hbar\omega$ получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\omega^2 - \omega_0^2 + 2i\gamma\omega_0 = S(\omega, k_x, k_y),$$

$$S = 4T \left(\frac{c}{a} \right)^2 \times$$

$$\times \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \Delta_{nm} \left[\frac{1}{r_{nm}^3} - i \left(\frac{\omega a}{c} \right) \frac{1}{r_{nm}^2} - \left(\frac{\omega a}{c} \right)^2 \frac{1}{r_{nm}} \right] \times$$

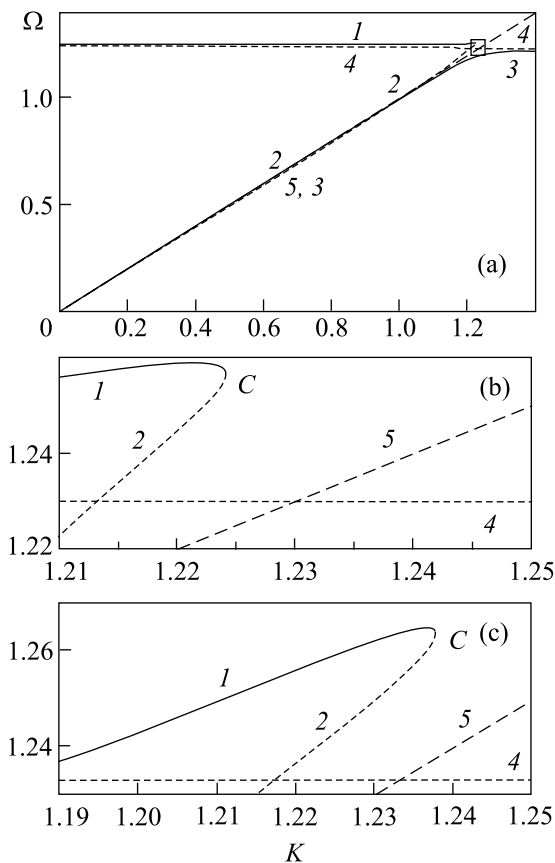
$$\times \cos(k_x r_{nm} a) \cos(k_y r_{nm} a) \exp \left(i \frac{\omega r_{nm} a}{c} \right). \quad (3)$$

¹⁾e-mail: in@isan.troitsk.ru

В (3) $\gamma = (1/3)T(\omega_0 a/c)\omega_0$ – собственная радиационная полуширина линии излучения изолированного осциллятора, $r_{nm} = (n^2 + m^2)^{1/2}$, $\Delta_{nm} = 1 - \delta_{n0}\delta_{m0}$. При точном аналитическом подходе необходимо полагать величину $N = \infty$, а при численных расчетах настолько большой, чтобы при ее увеличении результаты уже не изменялись, что и контролировалось. Мнимая часть соответствующей функции Грина $G = (\omega^2 - \omega_0^2 + 2i\gamma\omega_0 - S(\omega, k_x, k_y))^{-1}$ при $S = S' + iS''$ определяет плотность состояний и коэффициент поглощения $\chi = 2\Gamma\omega_0 / [(\omega^2 - \omega_0^2 - S')^2 + (2\Gamma\omega_0)^2]$, где радиационная полуширина $\Gamma(\omega, k_x, k_y)\gamma - (1/2\omega_0)S''(\omega, k_x, k_y)$. Дисперсионная зависимость ветвей $\omega = \omega(k_x, k_y)$, определяющая положение резонансных пиков, находилась численным решением сложного для аналитики уравнения

$$\omega^2 - \omega_0^2 - S'(\omega, k_x, k_y) = 0. \quad (4)$$

На рисунке представлены результаты расчетов дисперсионных зависимостей $\Omega = \Omega(K)$ для безраз-



Дисперсионные кривые поляритонов

мерных величин $\Omega = \omega/\omega_0$, $K = (c\sqrt{k_x^2 + k_y^2}/\omega_0)$ при значениях параметров $T = 4 \cdot 10^{-4}$, $\omega_0 a/c = 0.1$, $N = 10^3$, близких к реальным оптическим характеристикам и дающих достаточную сходимость рядов.

На рисунке представлена общая картина дисперсионных зависимостей частот от волнового вектора для различных ветвей в направлении $k_x \neq 0$, $k_y = 0$. Кривая 1 представляет высокочастотную, радиационно распадающуюся поляритонную ветвь ($\Omega_1 > K$), кривая 2 – новую ветвь ($\Omega_2 > K$), стыкующуюся с 1 в выделенном квадрате, кривая 3 – нерадиационную поляритонную ветвь ($\Omega_3 < K$). Кривая 4 представляет зону кулоновского экситона при исключении в (3) запаздывающих составляющих и кривая 5 – фотонную прямую ($\Omega = K$). Видно, что отсутствует линейная зависимость $\Omega_1(K)$ при малых K , предполагавшаяся в [1, 2], и этот результат действительно может быть получен аналитически как результат компенсации соответствующих членов. Поскольку некоторые кривые предельно близки, наиболее интересная область на рисунке (а), выделенная квадратом, представлена на рисунке (б) в большем масштабе. Видно, что кривая 1 при увеличении K вначале поднимается, затем опускается и в точке C непрерывно стыкуется с восходящей кривой 2 при бесконечных производных, что подтверждается представлением результатов в еще большем масштабе. В этой предельной точке затухание ветви 1 аномально велико: $\Gamma = 1.53\gamma(\lambda/a)^2$ (“superradiance”). Расчеты частотной зависимости коэффициента поглощения демонстрируют два пика, при увеличении K соединяющиеся в точке C и затем исчезающие. Поскольку у ветви 2 групповая скорость $v > c$, она может считаться нефизической [4] и интересна лишь в той мере, в которой определяет предельное поведение ветви 1. Отметим, однако, что в [5] экспериментально фиксировалась $v > c$. На рисунке (с) представлены дисперсионные зависимости для направления $k_x = k_y$. Видно, что дисперсия таких же кривых изменяется только количественно. Для несимметричных направлений наблюдаются зависимости, промежуточные между представленными на рисунке (б) и (с).

В заключение автор выражает искреннюю признательность В. М. Аграновичу, А. М. Камчатнову и Ю. Е. Лозовику за полезные замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 03-02-16293).

1. В. М. Агранович, О. А. Дубовский, Письма в ЖЭТФ **3**, 345 (1966).
2. В. М. Агранович, *Теория экситонов*, М.: Наука, 1968.
3. B. Deveaud, F. Clerot, N. Roy et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 2355 (1987).
4. О. А. Дубовский, ЖЭТФ **125**, 272 (2004).
5. N. Brunner, V. Scarani, M. Wegmüller et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 203902 (2004).