

**ОСЦИЛЛАЦИИ ААРОНОВА – БОМА
С НОРМАЛЬНЫМ И СВЕРХПРОВОДЯЩИМ КВАНТАМИ ПОТОКА
В ПРЫЖКОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ**

В.Л.Нгуен, Б.З.Спивак, Б.И.Шкловский

Показано, что в области прыжковой проводимости существуют осцилляции сопротивления как функции магнитного потока, охваченного образцом (эффект Ааронова – Бома). Период осцилляций может быть равен нормальному или сверхпроводящему кванту потока. Переход между этими режимами является фазовым переходом второго рода.

В работе¹ было показано, что сопротивление тонкостенного цилиндра из грязного металла должно осциллировать как функция магнитного потока, пронизывающего цилиндр, с периодом $ch/2e$, в два раза меньшим нормального кванта потока $\Phi_0 = ch/e$. Такие осцилляции были открыты в работе². Согласно¹ при достаточно низких температурах амплитуда осцилляций тем больше, чем грязнее металл. Поэтому возникает вопрос: существуют ли осцилляции сопротивления с периодом $\Phi_0/2$ на диэлектрической стороне перехода металл – диэлектрик, т. е. в области прыжковой проводимости. Ниже мы покажем, что в этой области могут существовать осцилляции как с периодом Φ_0 , так и с периодом $\Phi_0/2$, причем между этими режимами имеет место фазовый переход второго рода по концентрации примесей или степени компенсации, который является отражением обнаруженного нами фазового перехода в знаковой структуре функции Грина. Хотя последний переход имеет общий характер, мы продемонстрируем его для модели Андерсона на квадратной решетке из $(n+1)^2 = N$ узлов (рис. 1), гамильтониан которой имеет вид

$$H = \sum_{i=1}^N \epsilon_i a_i^+ a_i + \sum_{i \neq j} V_{ij} a_i^+ a_j, \quad (1)$$

где $V_{ij} = V$ для ближайших соседей и равно нулю в остальных случаях, энергии крайних левого и правого узлов ϵ_1 и ϵ_N близки к нулю, а остальные энергии ϵ_i случайным образом принимают значения $-W$ и W с вероятностями x и $1-x$ соответственно, причем $W > 0$ и $W \gg |V|$. Будем искать эффективный интеграл перекрытия I между узлами 1 и N

$$I = V \sum_{\{\Gamma\}} \prod_{\{i_\Gamma\}} \left(\frac{V}{\epsilon - \epsilon_i} \right) \Big|_{\epsilon=0} = V \left(\frac{V}{W} \right)^{2n-1} J, \quad (2)$$

где

$$J = \sum_{\{\Gamma\}} \prod_{\{i_\Gamma\}} \alpha_i, \quad (3)$$

$\{\Gamma\}$ – множество ориентированных путей из узла 1 в узел N (см. путь на рис. 1), $\{i_\Gamma\}$ – отличные от 1 и N узлы такого пути, $\alpha_i = \pm 1$ при $\epsilon_i = \pm W$. Путями с возвратами налево мы пренебрегли, поскольку они содержат дополнительные степени $V/W \ll 1$. За-

дача о вычислении J моделирует ситуацию типичную для прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка³, когда электрон, совершая прыжок между удаленными состояниями с близкими к уровню Ферми μ энергиями рассеивается "по пути" на большом числе других примесей. Согласно³ вероятность прыжка и соответствующее обратное сопротивление сетки Миллера и Абрахамса пропорциональны $|J|^2$. Вероятность x соответствует доле примесей с $\epsilon_i < \mu$, которая определяется степенью компенсации.

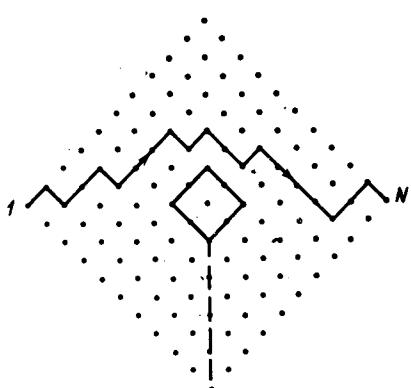


Рис. 1

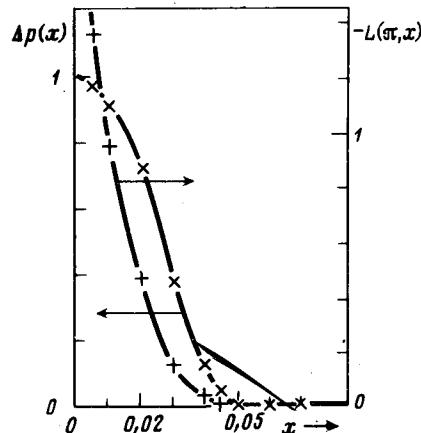


Рис. 2

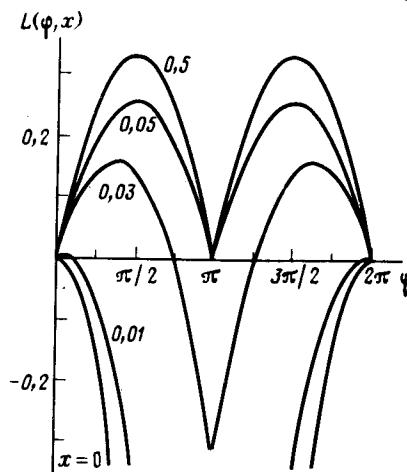


Рис. 3

Величина J вычислялась нами на ЭВМ для различных x и $n \leq 100$. Анализ 2000 реализаций массива $\{\alpha_i\}$ показал, что с ростом x изменяется характер функции распределения величин J . Если при малых x в большинстве реализаций $J > 0$, то начиная с $x = x_c = 0,05$ вероятности положительных p_+ и отрицательных p_- значений J оказывались равными. На рис. 2 показана зависимость $\Delta p = p_+ - p_-$ от x при $n = 100$. Функция $\Delta p(x)$ не зависит от n при $n > 20$, т. е. соответствует пределу $n \rightarrow \infty$. Ее вид свидетельствует о наличии фазового перехода второго рода. Таким образом, при $x < x_c$ можно с некоторой долей достоверности предсказать знак функции Грина $G_{1N}(\epsilon = 0) = J(-\epsilon_1)^{-1}(-\epsilon_N)^{-1}$, зная только знаки ϵ_1 и ϵ_N . При $x > x_c$ оба знака функции Грина равновероятны. Происхождение перехода можно пояснить, сравнивая среднее по реализациям J и флуктуации J . Легко показать, что $\bar{J} = 2^n (1 - 2x)^{2n}$. Эта величина представляет собой среднее превышение числа "положительных" путей над "отрицательными" в сумме (3). При больших n она много меньше полного числа путей $\approx 2^{2n}$. Таким образом, в сумме (3) сократилось в среднем 2^{2n} путей. Если считать эти пути независимыми (это заведомо неверно), то флуктуации J должны быть порядка $D \approx 2^n$. Видно, что при $n \rightarrow \infty$ $(\bar{J}/D) \rightarrow 0$, если $2(1 - 2x) > \sqrt{2}$, и $\bar{J}/D \rightarrow \infty$, если $2(1 - 2x) < \sqrt{2}$. Таким образом, эта оценка дает фазовый переход первого рода от $\Delta p = 1$ к $\Delta p = 0$ при $x = (\sqrt{2} - 1)/2\sqrt{2} = 0,14$, в то время как в действительности он оказывается второго рода.

Перейдем теперь к тому, как обнаруженный переход проявляется в осцилляциях Ааронова – Бома. Для моделирования этого эффекта на ЭВМ считалось, что в квадрате 7×7 в центре решетки все $\alpha_i = 0$, т. е. создавалось непроницаемое отверстие, где находится соленоид (рис. 1). Наличие магнитного потока Φ через отверстие учитывалось тем, что на всех узлах вдоль разреза, идущего от нижнего угла отверстия (штриховая линия на рис. 1), величины α_i умножались на $e^{i\varphi}$, где $\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$. Согласно идеологии метода протекания³ для вычисления $\ln(\sigma(\varphi)/\sigma(0))$ (σ – проводимость) следует вычислить величину $L(\varphi, x) = \ln |J(\varphi)| / J(0)|^2$, где черта означает усреднение по реализациям, а затем усреднить $L(\varphi, x)$ по длинам прыжка. На рис. 3 представлены зависимости $L(\varphi, x)$ от φ при различных x . Видно, что при $x < x_c$ магнетосопротивление обладает периодом 2π . При увеличении x величина $|L(\pi, x)|$ убывает и обращается в ноль при $x = x_c$ (см. рис. 2). При $x > x_c$ магнетосопротивление отрицательно при всех φ и имеет период π . Таким образом, переход в разупорядоченную по знаку J фазу приводит к замене периода Φ_0 на период $\Phi_0/2$. Для того, чтобы пояснить связь между этими явлениями запишем J в виде $J = J_1 + J_2$, где J_1 и J_2 – суммы по путям, проходящим выше и ниже соленоида. Тогда

$$L(\varphi, x) = \int_{-\infty}^{\infty} dJ_1 dJ_2 F(J_1, J_2) \ln \left| \frac{J_1 + J_2 e^{i\varphi}}{J_1 + J_2} \right|^2, \quad (4)$$

где $F(J_1, J_2)$ – функция распределения величин J_1 и J_2 . При $x=0$ $F(J_1, J_2) = \delta(J_1 - J/2) \times \delta(J_2 - J/2)$ и $L(\varphi, 0) = \ln [(1 + \cos\varphi)/2]$ в соответствии с рис. 3. С ростом x происходит постепенная симметризация $F(J_1, J_2)$ по знакам каждой переменной. Начиная с точки $x = x_c$ функция $F(J_1, J_2)$ приобретает вид $F(J_1^2, J_2^2)$. Тогда из (4) получаем

$$L(\varphi, x) = 2 \int_0^\infty \int_0^\infty dJ_1 dJ_2 F(J_1^2, J_2^2) \ln \left[1 + \frac{2J_1^2 J_2^2}{(J_1^2 - J_2^2)^2} (1 - \cos 2\varphi) \right] > 0. \quad (5)$$

Согласно (5) при $x > x_c$ период осцилляций равен π и при всех φ магнетосопротивление отрицательно. Из рис. 3 видно, что при малых φ отрицательное магнетосопротивление существует даже при $x \ll x_c$. Причина этого состоит в большом положительном вкладе в (4) от тех случаев, когда $|J_1 + J_2| \lesssim |\varphi|(|J_1| + |J_2|)$. Эти вклады приводят к $L(\varphi, x) \approx |\varphi|$. Ясно, что обнаруженное нами отрицательное магнетосопротивление не является следствием давления локализационных поправок к проводимости, связанных с обходом замкнутых петель в двух направлениях, поскольку в нашем моделировании петли вообще не учитывались.

Нам кажется, что учет путей с возвратами, необходимый при приближении к переходу металл – диэлектрик, не должен ликвидировать знаковый переход, а лишь сдвигать его. Поскольку вблизи перехода металл – диэлектрик длины прыжков могут составлять микрометры, задача наблюдения предсказанных здесь эффектов не кажется нереалистической. Опыты могут ставиться на тонкостенном цилиндре² или на пленках с периодически расположенными одинаковыми отверстиями⁴. В первом случае длина прыжка должна быть больше диаметра цилиндра, во втором – порядка диаметра отверстия.

Авторы благодарны Б.Л.Альтшулеру, А.Г.Аронову, Е.И.Левину, Д.Е.Хмельницкому, Д.Б.Шкловскому и А.Л.Эфросу за полезные советы и обсуждения.

Литература

1. Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г., Спивак Б.З. Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, 101.
2. Шарвин Д.Ю., Шарвин Ю.В. Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, 285.

3. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979.
4. Pannetier B., Chaussy J., Rammal R., Gandit P. Phys. Rev. Lett., 1984, 53, 718.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27 ноября 1984