Письма в ЖЭТФ, том 10, стр. 482–485 20 ноября 1969 г.

ЧЕТВЕРТЫЙ ЗВУК В ФЕРМИ-БОЗЕ КВАНТОВЫХ ЖИДКОСТЯХ

Д.Г.Саникидзе, А.Н.Чаанова

В последнее время проявляется значительный интерес к теоретическому и экспериментальному исследованию ферми-бозе квантовых жидкостей. Практически это либо сверхтекучий раствор He^3 в He^4 при $T << T_{\text{выр}} = m^* v_F^2 / 2$, когда становится существенным взаимодействие между фермиевскими возбуждениями, либо чистый He^3 в той области температур, где, благодаря спариванию, может наступить сверхтекучесть.

В работах [1–4] была развита теория ферми-бозе жидкости и проанализированы звуковые решения (первый, второй и нулевой звуки) для безграничного случая. Однако, если ферми-бозе жидкость заполняет достаточно узкие каналы, то в ней, так же как в чистом He II [5] и в невырожденном сверхтекучем растворе $He^3 - He^4$ [6, 7], может распространяться так называемый четвертый звук, т. е. волна, в которой отсутствует колебание нормальной компоненты. Размеры каналов должны при этом удовлетворять одному из следующих условий: либо глубина проникновения вязкой волны, либо длина свободного пробега элементарных возбуждений должна быть значительно больше поперечных размеров каналов.

Согласно [2], полная система уравнений, описывающая звуковые колебания ферми-бозе жидкости, состоит из кинетического уравнения для фермиевских возбуждений, уравнения непрерывности для всей жидкости и уравнения сверхтекучего движения. Из кинетического уравнения соответствующим интегрированием можно получить уравнение непрерывности для фермиевских возбуждений и уравнение движения в системе, движущейся со скоростью v_s. Однако, поскольку при вычислении скорости четвертого звука считается, что из-за наличия стенок нормальная компонента жидкости полностью заторможена во всем объеме [5, 6], то мы не можем пользоваться законом сохранения импульса. Поэтому для вычисления скорости четвертого звука мы должны оставить из кинетического уравнения только уравнение непрерывности для примесей и ввести дополнительное условие (благодаря чему система уравнений остается замкнутой):

$$v_n = 0 \qquad \text{или} \qquad \mathrm{P}' = -\frac{m^* N}{1 + F_1/3}\, v_s .$$

Здесь и в дальнейшем обозначения те же, что в работе [2]: P' – импульс относительного движения нормальной и сверхтекучей компонент, m^* – эффективная масса фермиевского возбуждения, N – плотность ферми-частиц, F_1 – первый коэффициент разложения по полиномам Лежандра функции $F(\chi)$, описывающей взаимодействие возбуждений, при $|\mathrm{p}| = |\mathrm{p}'| = p_F$, зависящее только от угла χ между векторами р и р′.

Выразив $\dot{\mathrm{P}}'$ через функцию распределения фермиевских возбуждений, перейдем к условию, накладываемому на переменные, входящие в уравнение:

$$\nu_1 = v_S / v_F (1 + F_1/3) , \qquad (1)$$

где ν_1 – первая сферическая гармоника функции $\nu(\cos\theta)$, пропорциональной отклонению функции распределения от равновесного значения на границе Ферми (θ – угол между импульсом возбуждения p и волновым вектором $\mathbf{k}$).

Используя условие (1), получаем окончательно следующую систему линеаризованных уравнений, описывающую распространение четвертого звука в ферми-бозе квантовой жидкости:

$$\nu_0 = 0$$

$$u\rho' - v_S\rho\left(1 - \frac{1}{1 + F_1/3}\,\frac{Nm^*}{\rho}\right) = 0\,, \qquad (2)$$

$$u\rho v_S - s^2\rho' = 0\,,$$

где ρ' – отклонение полной плотности жидкости от равновесного значения в звуковой волне, $u = \omega/k$ и $s^2 = \rho(\partial^2 E/\partial\rho^2)$; E – энергия единицы объема жидкости.

Равенство нулю нулевой сферической гармоники функции распределения (первое уравнение) соответствует отсутствию колебания нормальной компоненты жидкости. Условие совместимости этой системы уравнений дает дисперсионное уравнение, определяющее скорость четвертого звука

$$u_4^2 = s^2\left(1 - \frac{1}{1 + F_1/3}\,\frac{Nm^*}{\rho}\right). \qquad (3)$$

Формула (3) записана в переменных, естественных для случая чистого He^3. Этот случай является физически интересным в том смысле, что экспериментальное наблюдение четвертого звука в чистом He^3 могло бы свидетельствовать о наступлении сверхтекучести (в отсутствие сверхтекучести в чистом He^3, заполняющем узкие каналы, звук вообще распространяться не может).

Для случая вырожденного раствора He^3 в He^4 при малых концентрациях получаем

$$u_4^2 = v_1^2\left\{1 - \frac{Nm^*}{\rho_1(1 + F_1/3)}\left[\alpha_1(1 + F_1/3) + \frac{\delta m}{m^*}\right]^2\right\}, \qquad (4)$$

где u_1 – скорость первого звука в растворе.

Выделяя концентрационную зависимость, можно получить выражение, связывающее скорость четвертого звука в растворе со скоростью четвертого звука в чистом He^4:

$$u_4^2 = u_{40}^2 \left[1 + \left(\beta + \frac{m}{m^*} \right) \frac{N m^*}{\rho_1} \right] \qquad (5)$$

a_1 и β – параметры, связанные с зависимостью энергии фермиевского возбуждения от плотности бозевской компоненты ρ_1 [2], и

$$\frac{\delta m}{m^*} = 1 - \frac{m}{m^*} (1 + F_1/3).$$

Измерения скоростей распространения первого и четвертого звуков в вырожденных растворах дают возможность определения эффективной массы примесных возбуждений и параметров, характеризующих взаимодействие ферми-частиц как с бозевской, так и фермиевской частью жидкости.

Институт кибернетики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
23 сентября 1969 г.

Литература

[1] И.М.Халатников. Письма в ЖЭТФ, 5, 288, 1967.
[2] И.М.Халатников. ЖЭТФ, 55, 1919, 1968.
[3] J.Bardeen, G.Baym, D.Pines. Phys. Rev., 156, 207, 1967.
[4] G.Baym. Phys. Rev. Lett., 18, 71, 1967.
[5] K.R.Atkins. Phys. Rev., 113, 962, 1959.
[6] Д.Г.Саникидзе, Д.М.Черникова. ЖЭТФ, 46, 1123, 1964.
[7] Б.Н.Есельсон, Н.Е.Дюмин, Э.Я.Рудавский, И.А.Сербин. ЖЭТФ, 51, 1065, 1966.