Письма в ЖЭТФ, том 10, стр. 499–504 *20 ноября 1969 г.*

АМПЛИТУДА РОЖДЕНИЯ ТРЕХ ЧАСТИЦ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ И БОЛЬШИХ ПЕРЕДАННЫХ ИМПУЛЬСАХ

А.А.Ансельм, Л.Н.Липатов, Г.А.Уинбоу[1)]

В работах [1–2] с помощью теории комплексных моментов была исследована асимптотика амплитуды упругого рассеяния $B(S, q^2)$ при высоких энергиях S (S – квадрат энергии в системе центра инерции)

[1)] Адрес с 1-го октября 1969 г.: ЦЕРН, Женева, Швейцария.

и больших переданных импульсах q^2 (при этом $q^2 << S$, но $\alpha' q^2 \ln S/m^2 >> 1$, α' – наклон траектории Померанчука при $q^2 = 0$). Задача решалась с помощью суммирования вкладов, так называемых "мандельштамовских ветвлений" в плоскости углового момента, связанных с обменом некоторым числом полюсов Померанчука. Было показано, что при современных энергиях результат не слишком зависит от детального поведения скачков на разрезах в плоскости углового момента. Простейшая форма получается, если от вклада n-ого ветвления (n – число обмениваемых реджионов) сохранить лишь множитель $(-1)^n$, связанный с антиунитарным характером реджионных диаграмм. Такое приближение соответствует пренебрежению зависимостью вершин реджионных диаграмм от энергии переданного импульса и числа испускаемых реджионов. Амплитуда рассеяния имеет при этом вид:

$$B(\xi, q^2) \approx i s B_0 e^{-\sqrt{2\pi\alpha' q^2 \xi}} \cos\left(\sqrt{2\pi\alpha' q^2 \xi} + \chi_0\right), \quad \xi = \ln\frac{S}{m^2}. \quad (1)$$

Здесь χ_0 – почти постоянная фаза, слабо (логарифмически) зависящая от q^2 и ξ, B_0 – функция, не содержащая экспоненциальной зависимости от q^2 и ξ.

В настоящей работе мы приведем результаты, полученные для асимптотики амплитуды рождения трех частиц: $a + b \to 1 + 2 + 3$ при высоких энергиях и больших переданных импульсах с помощью метода, аналогичного упомянутому выше. Если, как и в упругом случае, пренебречь зависимостью вершин, соответствующих реджионных диаграмм от энергий, переданных импульсов и числа испускаемых реджионов, то легко показать, что амплитуда рождения A пропорциональна выражению:

$$A(\xi_{12}\xi_{23}; \vec{q}_1, \vec{q}_2) \sim B(\xi_{12}, q_1) B(\xi_{23}, q_2) +$$
$$+ \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} B(\xi_1 k) B(\xi_{12}, q_1 k) B(\xi_{23}, q_2 k). \quad (2)$$

Здесь q_1 и q_2 – импульсы, переданные от частицы a к 1 и от 3 к b, представляющие собой двухмерные вектора, лежащие в плоскости перпендикулярной направлению относительного импульса падающих частиц; ($\xi_{12} = \ln S_{12}$, $\xi_{23} = \ln S_{23}$, где S_{12} и S_{23} – квадраты соответствующих парных энергий. Логарифм полной энергии $\xi = \ln S$ связан с ξ_{12} и ξ_{23}: $\xi = \xi_{12} + \xi_{23}$.

Мы ограничимся обычными кинематическими условиями: обе парные энергии считаются большими, но значительно меньшими полной энергии (так называемый "истинно неупругий" случай).

Если подставить (1) в (2) и вычислять затем получающийся интеграл методом перевала (такой способ можно оправдать при условиях $a'q^2\xi >> 1$, где q^2 и ξ любая из величин q_1^2, q_2^2 и ξ_{12}, ξ_{23}), то можно получить следующее выражение для асимптотики амплитуды:

$$A = A_0^{I} is\, e^{-\sqrt{2\pi a'(q_1^2\xi_{12} + q_2^2\xi_{23} + 2q_1q_2\sqrt{\xi_{12}\xi_{23}}\sin\phi)}} \times$$

$$\times \cos(\sqrt{2\pi a'(q_1^2\xi_{12} + q_2^2\xi_{23} + 2q_1q_2\sqrt{\xi_{12}\xi_{23}}\sin\phi)} + \chi_0),$$

$$\phi_1 < \frac{\pi}{2} + \arccos\sqrt{\frac{\xi_{12}}{\xi}},\ \phi_2 < \frac{\pi}{2} + \arccos\sqrt{\frac{\xi_{23}}{\xi}},\ \phi_1 + \phi_2 > \frac{\pi}{2} \quad (3,\ 1)$$

$$A = A_0^{II} is\, e^{-\sqrt{2\pi a'}[\sqrt{\xi_{12}}q_1 + \sqrt{\xi_{23}}q_2]} \cos(\sqrt{2\pi a'\xi_{12}}q_1 + \chi_0^{II}) \times$$

$$\times \cos(\sqrt{2\pi a'\xi_{23}}q_2 + \tilde{\chi}_0^{II}), \qquad \phi_1 + \phi_2 < \frac{\pi}{2}, \qquad (3,\ 2)$$

$$A = A_0^{III} is\, e^{-\sqrt{2\pi a'}[\sqrt{\xi}q_1 + \sqrt{\xi_{23}}|q_1 - q_2|]} \cos(\sqrt{2\pi a'\xi}\, q_1 + \chi_0^{III}) \times$$

$$\times \cos(\sqrt{2\pi a'\xi_{23}}|q_1 - q_2| + \tilde{\chi}_0^{III}),\ \phi_1 > \frac{\pi}{2} + \arccos\sqrt{\xi_{12}/\xi}, \quad (3,\ 3)$$

$$A = A_0^{IV} is\, e^{-\sqrt{2\pi a'}[\sqrt{\xi}q_2 + \sqrt{\xi_{12}}|q_1 - q_2|]} \cos(\sqrt{2\pi a'\xi}\, q_2 + \chi_0^{IV}) \times$$

$$\times \cos(\sqrt{2\pi a'\xi_{12}}|q_1 - q_2| + \tilde{\chi}_0^{IV}),\ \phi_2 > \frac{\pi}{2} + \arccos\sqrt{\xi_{23}/\xi} \quad (3,\ 4)$$

В формулах (3) ϕ_1 (ϕ_2) есть угол между вектором $\mathbf{q}_1$ ($\mathbf{q}_2$) и вектором $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2$, $\phi = \pi - \phi_1 - \phi_2$ – угол между $\mathbf{q}_1$ и $\mathbf{q}_2$. Легко проверить, что 4 области (3, 1) – (3, 4) покрывают все возможные значения ϕ_1 и ϕ_2. В области (3, 1) величина интеграла (2) определяется некоторым перевальным значением $\mathbf{k}$, лежащим внутри треугольника, образованного векторами $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}$. В областях (3, 2), (3, 3) и (3, 4) основной вклад в интеграл вносят точки $\mathbf{k} = 0$, $\mathbf{k} = \mathbf{q}_1$ и $\mathbf{k} = \mathbf{q}_2$, соответственно.

Предэкспоненциальные множители A_0^{I}, ... A_0^{IV} и почти постоянные фазы χ_0^{I}, ... $\tilde{\chi}_0^{IV}$ аналогичны соответствующим величинам в (1).

Физическая картина, приводящая к асимптотике (1) для упругой амплитуды, заключается в том, что передача большого импульса происходит с помощью обмена большим числом реджионов, причем импульс, переданный при каждом из этих обменов невелик: $\sim 1/\sqrt{\xi}$. Это связано с тем, что обмену реджионом соответствует некоторое эффективное несингулярное на малых расстояниях взаимодействие [2]. В случае рождения трех частиц существенное отличие состоит в том, что в областях (3, 2), (3, 3) и (3, 4) частицам (1, 3), (1, 2) и (2, 3) оказывается выгодным обмениваться лишь минимальным числом реджионов. При этом, например, в области (3, 2) большой переданный импульс переносится большим числом реджионов от частицы 1 к 2 и затем от 2 к 3, но не от 1 к 3 непосредственно ($k \approx 0$). Такая картина, по-видимому, не связана с деталями рассматриваемой модели и всегда имеет место для случая рождения.

Формулы (3, 1)–(3, 4) показывают, что сечение рождения трех частиц должно убывать с ростом переданных импульсов, аналогично упругому сечению, и осциллировать на фоне этого падения. Однако, в то время как в области (3, 1) имеется лишь одна осцилляционная частота, в остальных областях <u>их уже несколько</u> (4 в <u>каждой</u> области). Например, в (3, 2) это: $\omega_1 = 2\sqrt{2\pi\alpha'\xi_{12}q_1}$, $\omega_2 = 2\sqrt{2\pi\alpha'\xi_{23}q_2}$ и $\omega^{\pm} = |\omega_1 \pm \omega_2|$.

Отметим, что асимптотика амплитуды рождения трех частиц при высоких энергиях и больших переданных импульсах рассматривалась в работе [3] с помощью условия унитарности в S-канале. Полученные там формулы не совпадают с (3). Этого, однако, и не следовало ожидать так как в [3] оставлены только 2-ух и 3-ех частичные S-канальные состояния, тогда как теория комплексных моментов означает включение многочастичных состояний в прямом канале (с числом частиц порядка логарифма энергии).

Для описания упругого рассеяния при высоких энергиях и больших переданных импульсах может быть развита потенциальная модель [2–4], в которой роль "потенциала" играет обмен одним реджионом, а учет многократного перерассеяния соответствует эйкональному приближению [5]. Формула, аналогичная формуле эйконала, может быть выведена и для амплитуды рождения. Особенно простой ответ получается в том случае, когда рождение частиц происходит за счет обмена теми же полюсами ("потенциалами"), которые ответственны за рассеяние, и, кроме того, две из трех частиц в конечном состоянии совпадают с начальными (1-ая и 3-ья при нашем выборе кинематики).

Именно такая ситуация имеет, в частности, место в рассмотренном выше случае обмена одними полюсами Померанчука. При этом можно получить следующую формулу для апплитуды рождения [1]:

$$A = -\lambda v_{12} v_{23} \int e^{-iq_1\rho_{12} - iq_2\rho_{23}} e^{2i\delta_{13}(\rho_{13})} (e^{2i\delta_{12}(\rho_{12})} - 1) \times$$

$$\times (e^{2i\delta_{23}(\rho_{23})} - 1)\, d^2\rho_{12} d^2\rho_{23}, \quad \rho_{13} = \rho_{12} + \rho_{23}, \tag{4}$$

где

ρ_{12}, ρ_{23} и ρ_{13} – прицельные параметры, v_{12} и v_{23} – относительные скорости частиц, а константа λ – характеризует вершину испускания добавочной (2-ой) частицы.

Фазы рассеяния δ_{ij} имеют обычный эйкональный вид [5]:

$$\delta_{ij}(\rho) = -\frac{1}{2v_{ij}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz\, V_{ij}(\rho, z) \tag{5}$$

где V_{ij} – потенциалы взаимодействия.

Если разложить (4) по степеням взаимодействий V_{ij}, то, как и в случае упругого рассеяния, можно показать, что отдельные члены этого разложения соответствуют вкладу различных ветвлений в плоскости углового момента, однако, буквальное суммирование этих вкладов в форме (4) игнорирует ряд релятивистских эффектов.

Переход в формуле (4) к импульсному представлению дает формулу, аналогичную (2).

Подробная статья, содержащая вывод приведенных здесь результатов будет опубликована в "Physical Review".

Авторы благодарны В.Н.Грибову, И.Т.Дятлову и Э.Лидеру за полезные обсуждения. А.А.Ансельм хотел бы выразить благодарность Элиоту Лидеру за гостеприимство, оказанное ему во время пребывания в Вестфилд Колледже, в Лондоне. Г.А.Уинбоу благодарит Научный

---

1) Мы испульзуем следующую нормировку A: $A = \int \psi_f^* \hat{W} \psi_i d^3r_{12} d^3r_{23}$, где ψ_i и ψ_f – волновые функции начального и конечного состояния, $\hat{W}$ – оператор перехода. При этом $d\sigma/d\Gamma = 2\pi(\mu_{ab}/k_{ab}) |A|^2$, где k_{ab} и μ_{ab} – импульс и приведенная масса частиц в начальном состоянии, а $d\Gamma = \delta(E_i - E_f) d^3\rho,\ \ d^3\rho_2/(2\pi)^6$.

Исследовательский Совет Англии за предоставление ему Исследовательской Стипендии.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 октября 1969 г.

Литература

[1] А.А.Ансельм, И.Т.Дятлов. ЯФ, 6, 591, 603, 1967.

[2] А.А.Ансельм, И.Т.Дятлов, ЯФ, 9, 416, 1969.

[3] В.В.Анисович, О.А.Хрусталев, ЯФ, 9, 1258, 1969.

[4] S.C.Frantschi, B.Margolis, Nuovo Cim., 56 A, 1155, 1968.

[5] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, М., Физматгиз, 1963, стр. 566.