

## РЕЗОНАНС В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

М.Я. Азбель

В последнее время в ряде работ [1, 2] обсуждались магнитные поверхностные уровни в сверхпроводниках, аналогичные таковым в нормальных металлах (см. [3]). В настоящей работе показано, что в сверхпроводниках возможен принципиально новый тип связанных состояний, обусловленных самосогласованным взаимодействием возбуждений через магнитное поле  $H$  и отсутствующий в нормальных металлах. При этом к непрерывному спектру примыкает при  $|\epsilon| \leq \Delta$  состоящая из локальных уровней полоса, ширины порядка "константы взаимодействия", пропорциональной  $H^2$ . Наличие такого спектра приводит к резонансу (см. конец статьи).

Для получения спектра обратимся к уравнениям Горькова для волновых функций  $\psi$  квазичастиц. Положим

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = \frac{\exp[i(p_x x + p_z z)/\hbar]}{\sqrt{2\xi\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2}}} \begin{pmatrix} \xi, -\Delta \\ -\Delta, \xi \end{pmatrix} \Phi, \quad \xi = \epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2}. \quad (1)$$

Тогда в слабых полях в линейном по полю приближении (линейном для уравнения, но не его решения) имеем:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Phi - \mu_1 \Phi - \sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Phi = \frac{\alpha(y)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2}} \begin{pmatrix} \epsilon, -\Delta \\ \Delta, -\epsilon \end{pmatrix} \Phi = -\frac{\hbar^2}{2m} f, \quad (2)$$

$$\alpha(y) = \frac{\epsilon p_x}{mc} A(y), \quad \mu_1 = \mu - \frac{p_x^2 + p_z^2}{2m}, \quad A = A_x(y) = \int_{-\infty}^y B(y') dy'$$

Здесь  $\epsilon$  – энергия,  $\Delta$  – щель,  $\mu$  – химический потенциал,  $\rho$  – обобщенный импульс,  $A$  – вектор-потенциал,  $B = B_z$  – магнитная индукция (во все уравнения входит именно она, т. е. самоусредненное магнитное поле – см. [4], причем  $\text{rot} B = \frac{4\pi}{c} j \{ |B| = \text{rot} H = 0 \}$ ); сверхпроводник заполняет полупространство  $y < 0$ .

Для любого  $|\epsilon| > \Delta$  уравнение (2) имеет решение, не нарастающее при  $y \rightarrow -\infty$  и удовлетворяющее граничному условию, которое для конкретности будем записывать как  $\psi(0) = 0$ . Для  $|\epsilon| < \Delta$  соответствующее решение (непрерывное вместе с первой производной) есть

$$\phi_\sigma = k_\sigma^{-1} \exp(-i\sigma k_\sigma y) \int_{-\infty}^0 \sin(k_\sigma y') f_\sigma(y') dy' + k_\sigma^{-1} \int_{-\infty}^y \sin[k_\sigma(y-y')] f_\sigma(y') dy', \quad (3)$$

$$\sigma = \pm 1, \quad k_\sigma = \sqrt{k_0^2 + \frac{2m_i \sigma}{\hbar^2} \sqrt{\Delta^2 - \epsilon^2}}, \quad k_0 = \sqrt{2m\mu_1/\hbar^2}. \quad (4)$$

Запишем уравнение (3) для  $F_\sigma = \phi_+ - s\sigma\phi_-$  ( $s = \pm 1$  определяет "верхнюю" или "нижнюю" отщепленную полосу). При  $\kappa\delta \ll 1$  в основном приближении

$$F_+ = zs \text{Im} \{ \exp(ik_- y) \} k_0^{-1} \int_{-\infty}^0 a(y') \sin(k_0 y') F_+(y') dy', \quad (5)$$

$$F_- = izs k_0^{-1} \{ \text{Re} [ \exp(ik_- y) ] \int_{-\infty}^0 a(y') \sin(k_0 y') F_+(y') dy' + \int_{-\infty}^y a(y') \sin[k_0(y-y')] F_+(y') dy' \}, \quad (6)$$

$$z = \frac{4m\Delta}{\hbar^2 \sqrt{2\Delta\epsilon'}}, \quad \epsilon = s(\Delta - \epsilon'), \quad \kappa = \frac{2m\sqrt{2\Delta\epsilon'}}{k_0 \hbar^2}, \quad (7)$$

$$\delta = \int_{-\infty}^0 a(y) dy / a_0, \quad a_0 = a(0).$$

Из (5) находим  $F_+ = D \text{Im} \{ \exp(ik_- y) \}$ ,  $D$  – вещественная константа, и локальный (при заданных  $\rho_x, \rho_y$ ) уровень (см. рис. 1)

$$\kappa = 8m^2 \Delta s (\hbar^2 k_0)^{-2} \int_{-\infty}^0 a(y) \sin(k_0 y) \sin \{ y \text{Re} k_- \} dy,$$

$$\epsilon' = (k_0 \kappa \hbar^2)^2 / (8m^2 \Delta), \quad \kappa \sim \delta^{-1} \rho \left( 1 + \frac{\rho}{k_0 \delta} \right) (1 + k_0 \delta)^{-2}, \quad (8)$$

$$\epsilon' \sim a_0 \rho [(k_0 \delta)^2 + (k_0 \delta + \rho)^{-2}]^{-1}, \quad \rho = a_0 \Delta \tilde{\epsilon}^{-2}, \quad \tilde{\epsilon} = \hbar^2 / (2m\delta^2),$$

который (поскольку, по определению,  $\kappa > 0$ ) существует только при  $\text{sign } \alpha = \text{sign } s$ , т. е. при определенном знаке  $\rho_x$ , и соответствует токовому состоянию. Константа  $D$  определяется из нормировки  $\psi$ .

Особенно нагляден метод в случае, когда  $\delta \rightarrow 0$ , т. е.  $\alpha(y) = \delta \alpha_0 \delta(y)$  ( $\delta(y)$  – дельта-функция). На этой же модели при  $-L \leq y \leq 0$  удобно проследить характер спектра. Переходя в (2) к Фурье-представлению, получим:

$$\begin{vmatrix} l_+ + \epsilon, & -\Delta \\ -\Delta, & l_- + \epsilon \end{vmatrix} = 0; \quad l_{\pm} = \frac{\alpha_0 (\epsilon^2 + \Delta^2) \delta}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2 \mp \xi_n}}, \quad \xi_n = \frac{\hbar^2 n^2}{2mL^2} - \mu_1. \quad (10)$$

Уравнение (10) может быть записано в виде  $F(\epsilon) = \alpha_0^{-1}$ ; его графическое решение показано на рис. 2. Когда  $L \rightarrow \infty$ , при  $|\epsilon| > \Delta$  сохранияется непрерывный спектр ( $\epsilon_{n+1} - \epsilon_n \rightarrow 0$ ), и уравнение (10) определяет, в сущности,  $l_+$  или  $l_-$ , а при  $|\epsilon| < \Delta$  появляется локальный самосогласованный (поскольку входит сумма по всем  $k_n$ ) "нуль-звуковой" уровень, соответствующий взаимодействию через магнитное поле.

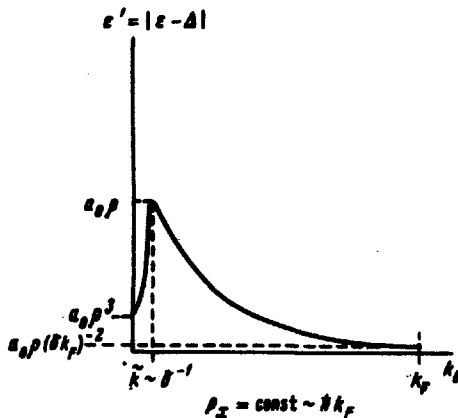


Рис. 1

В статическую плотность тока  $j = \frac{4e}{m} \sum_{\epsilon > 0} \text{Re} \{ \psi_+^* (p - \frac{e}{c} A) \psi_+ \} \text{th} \frac{\epsilon}{2T}$

локальные уровни дают вклад порядка  $\kappa \exp(2\kappa y)$ , который, однако, компенсируется состояниями непрерывного спектра, расположенными вблизи  $\Delta$ , так что  $j$  имеет обычный вид. (Медленно затухающее  $j$  могло бы появиться при учете зависимости коэффициента отражения квази-частиц от угла падения их на поверхность, когда выделяются малые  $k_0$ ). В резонансе локальные уровни оказываются выделенными, и поэтому появляется осциллирующая на  $k_0^{-1}$ , но медленно затухающая (на  $\kappa^{-1}$ ), проникающая вглубь металла часть плотности тока и магнитного поля.

Определим плотность  $\nu(\epsilon')$  полосы локальных состояний:  $\nu(\epsilon') = \iint \delta[\epsilon' - \epsilon'(k_0)] dp_x dp_y / h^2$ . При  $k_0 = \tilde{k} \sim \delta^{-1}$ , когда вся волна в скин-слое,  $\epsilon'(\tilde{k})$  (см. рис. 2) максимально, и  $\nu(\epsilon')$  имеет особенность

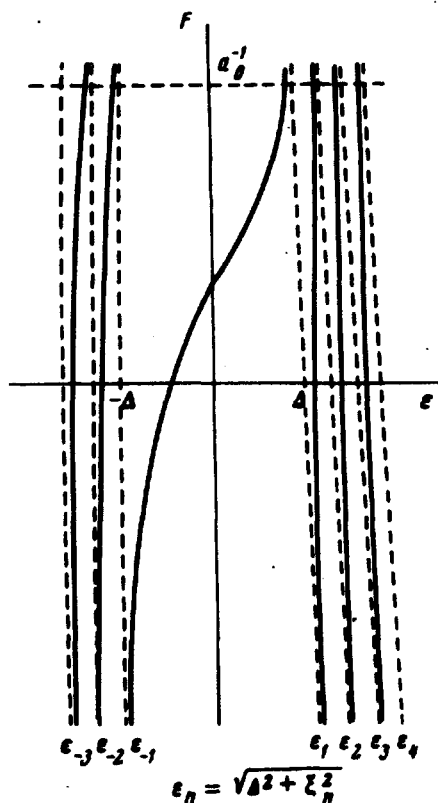


Рис. 2

Плотность состояний имеет особенность (скачок) и на границе спектра по  $k_0$  при  $k_0 = k_F = \sqrt{2m\mu/\hbar}$ . Наконец, особенность плотности состояний может быть связана с незеркальностью отражения начиная с некоторых, не слишком малых,  $k_0 \sim k_1$ . Особенность  $\nu(\epsilon')$  означает возможность резонанса в сверхпроводнике, помещенном в постоянное магнитное поле и слабое высокочастотное поле  $H_1 \ll H$ , на частоте  $\hbar\omega = \epsilon'(\tilde{k})$ , ( $k = k_F$  соответствует, по-видимому, диффузному отражению, что исключает резонанс), и аномалии в высокочастотных характеристиках при  $\hbar\omega \sim \epsilon'(k)$ .

Условием применимости изложенной выше теории является  $\kappa \ll \delta^{-1}$ , т. е.

$$\rho \ll \rho_k, \quad \rho_k = (1 + k_0 \delta)^2. \quad (9)$$

При  $\rho \sim \rho_k$  от щели отщепляются следующие локальные уровни, так что при  $\rho \gg \rho_k$  имеет место квазиклассика; ( $\phi$  затухает быстрее  $\sigma$ ); расчет в этом случае при любом  $\sigma_0 / \Delta$  дан в [2]. Появление очередной полосы локальных состояний происходит при  $k_0 \delta \sim 1$  (вся волна находится в скин-слое), когда  $\rho_k \sim 1$ . Происхождение такого параметра ясно уже из (2), записанного в приведенных координатах  $y = -\delta y_1$ , если учесть что  $\max |\sqrt{\epsilon'}$ ,  $\sigma_0 / \sqrt{\epsilon'}| \gg \sqrt{\sigma_0}$ , так что  $\phi \sim \exp(i\kappa_1 y_1 + \kappa_2 y_1)$ ,  $\kappa_1 - i\kappa_2 = \sqrt{(k_0 \delta)^2 - i\rho^{1/2}}$ ; величина  $\kappa_2$  определяет ситуацию. При  $k_0 \delta \sim 1$  и  $\rho \gg 1$  число уровней и расстояние между ними порядка  $\rho^{1/4}$  и  $\sigma_0 \rho^{-1/4}$  соответственно – см. рис. 3. (Заметим, что  $\rho \sim H$ , а  $\rho \sim 1$  достигается при  $\sigma_0 \sim \tilde{\epsilon}^2 / \Delta \sim \Delta (\delta^2 k_F / \xi_0)^{-2}$ ,  $\xi_0$  – размер пары, т. е. при  $H \sim c \hbar \xi_0 (\sigma_0 \delta^2 k_F^2)^{-1} \sim 10^{-6} + 10^{-4}$  э). С ростом  $k_0$  число уровней убывает, и при  $k_0 \sim \delta^{-1} \rho^{1/2}$  остается один рассчитанный выше уровень (если  $\rho^{1/2} < \delta k_F$  и диффузность отражения, размывающая локальные уровни, не станет существенной при меньших  $k_0$ ). С ростом  $H$  от дна щели отходят все новые полосы, а все кривые на рис. 3 раздвигаются и смещаются вверх.

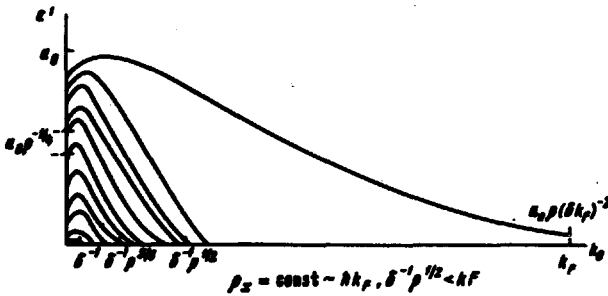


Рис.3

Подсчет плотности состояний, выяснение ее особенностей и возможности резонанса аналогичны проведенному для предыдущего случая. Наиболее удобны, по-видимому, наблюдения резонанса при  $k_0 \sim \delta^{-1}$ , на частотах  $\hbar \omega \sim n \sigma_0 \rho^{-1/4}$ ,  $n = 1, \dots, < \rho^{1/4}$  при естественной ширине уровня  $\hbar / \tau$ , малой по сравнению с расстоянием между уровнями  $\sigma_0 \rho^{-1/4}$ . В полях  $H \sim 1$  э это соответствует  $\omega \sim 10^9 + 10^{11}$  сек<sup>-1</sup> и  $\tau > 10^{-8} + 10^{-10}$  сек.

Поскольку локальные уровни соответствуют финитному движению квазичастиц и столкновению их с поверхностью, изучение резонанса дает информацию о характере отражения квазичастиц [5]. При  $\kappa \delta < 1$  крайне существенна плоскостность поверхности, так как в двумерном случае  $\epsilon'$  становится экспоненциально малой по  $(\kappa \delta)^{-1}$ , и соответст-

венно крайне жестким оказывается ограничение  $\epsilon' \gg \hbar/r$ , а в трехмерном случае  $\sigma = \sigma(x, y, z)$  локальные уровни вообще отсутствуют.

Институт теоретической физики

им. Л.Д.Ландау

Академии наук СССР

Поступила в редакцию

3 сентября 1969 г.

### Литература

- [1] P.A.Pincus. Phys. Rev., 158, 346, 1967; J.F.Koch, P.A.Pincus. Phys. Rev. Lett., 19, 1044, 1967; J.F.Koch, C.C.Kuo. Phys. Rev., 164, 618, 1967.
- [2] М.Я.Азбель, А.Я.Бланк. Письма в ЖЭТФ, 10, 49, 1969.
- [3] М.С.Хайкин. УФН, 96, 409, 1968.
- [4] М.Я.Азбель. ЖЭТФ, 53, 1751, 1967.
- [5] М.Я.Азбель. УФН, 98, №4, 1969.