Письма в ЖЭТФ, том 10, стр. 353 – 357 5 октября 1969 г.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДИФФУЗИЮ ПЛАЗМЫ В ТОРОИДАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

92

А.А.Галеев

Успехи программы "Токамак" [1], позволившие снизить потери частиц из ловушки до уровня классических потерь из-за парных соударений [2], привлекли внимание специалистов к начатому нами ранее пересмотру теории явлений переноса разреженной плазмы в тороидальных системах [3]. Совсем недавно Т.Стрингер [4] предпринял попытку усовершенствовать также и теорию Пфирша – Шлютера [5], развитую для предела плотной плазмы. Он заметил, что в системе координат вращающейся со скоростью электрического дрейфа плазмы тороидальное магнитное поле воспринимается как вынуждающая сила с пространственными и временными периодами, соответствующими моде $m = 1$ с продольным волновым числом $k_{\parallel} = \theta / r$ и частотой $\omega_0 = - v_0 / r$ (θ – угол вращательного преобразования, v_0 – скорость электрического дрейфа). Отклик на это воздействие обратно пропорционален диэлектрической проницаемости плазмы $D(-v_0/r\ ;\ \theta/r)$ и быстро растет, если вынуждающая сила попадает в резонанс с дрейфовыми колебаниями неоднородной плазмы. При этом коэффициент диффузии значительно превышает найденный Пфиршем и Шлютером.

М.Розенблют и Дж. Тейлор [6] указали позднее, что в модели Т.Стрингера квазистационарное состояние плазмы отсутствует, ибо неамбиполярная диффузия все время приводит к увеличению электрического поля и раскручиванию плазмы. Для устранения этого недостатка они учли влияние вязкости ионной компоненты плазмы на диффузию. Поскольку влияние малой вязкости становится существенным лишь в условиях резонанса внешней силы с собственными колебаниями плазмы, то и скорость вращения плазмы в квазистационарном состоянии оказалась очень высокой (порядка фазовой скорости звука по малому обходу тора):

$$v_0 = \pm \theta c_s , \quad r_{ci} / \theta r << 1, \tag{1}$$

где $c_s = \sqrt{(T_{0i} + T_{0e})/m_i}$ – скорость звука, r_{ci} – ларморовский радиус иона.

Коэффициент диффузии плазмы в таком состоянии оказался настолько высоким, что требовал существенного пересмотра имеющихся в настоящее время экспериментальных результатов (так для Мюнхенского стеллоратора вычисленное согласно работе [6] время диффузии меньше экспериментально измеренного).

В настоящей статье мы покажем, что, хотя эффект Стрингера остается, тем не менее равновесная скорость электрического дрейфа всегда находится вдали от резонанса. Поэтому в устойчивом режиме, диффузия плазмы имеет тот же порядок величины, что и найденная Пфиршем и Шлютером. Причиной для такого существенного изменения результатов Розенблюта и Тейлора служит корректный учет температурных возмущений и связанной с ними термосилы, ибо, как было показано нами ранее [7,8], в пределе хорошей проводимости плазмы термосила и электрон-ионное трение входят в инкремент дрейфовой неустойчивости аддитивно.

В качестве простейшей модели магнитной ловушки мы рассмотрим следующую конфигурацию магнитного поля

$$\mathbf{H} = H_0 \{ \mathbf{e}_z + \theta\, \mathbf{e}_\nu \},$$

$$\theta = (i\,\epsilon / 2\pi) << 1, \quad \epsilon = (r / R) << 1 . \qquad (2)$$

Тороидальность системы мы имитируем гравитационным полем

$$\mathbf{g}_i = (2T_i / m_i R) \{ \mathbf{e}_r \cos\nu - \mathbf{e}_\nu \sin\nu \}. \qquad (3)$$

Для решения уравнений двухжидкостной магнитной гидродинамики, описывающих плазму в модели (2–3), мы воспользуемся также как и Стрингер [4], методом разложения по параметру тороидальности. Причем в отличие от работ [4–6] мы примем во внимание (это известно из теории устойчивости [7]), что поправка к температуре частиц T_1, оказывается неоднородной в пространстве даже в случае отсутствия градиента невозмущенной температуры ($T_0(r) = \mathrm{const}$). Поэтому в обобщенный закон Ома (см. уравнение (8) работы [4]) мы добавим силу

$$F = -(1 + s)\, n_0 \nabla_\parallel T_{e1}; \quad s = 0{,}71, \qquad (4)$$

а для нахождения поправки к температуре воспользуемся линеаризованным уравнением теплопроводности [9]

$$- T_{0e} \{ (v_0 + U_{ne}) \frac{\partial}{r\,\partial\nu} [n_1 - 2\epsilon n_0 \cos\nu] + v_{r1} \frac{\partial n_0}{\partial r} \} =$$

$$= \theta^2 \kappa_\parallel^e \frac{\partial^2}{r^2 \partial\nu^2} T_{e1} - \frac{s\,\theta\, T_{0e}}{e} \frac{\partial j_\parallel}{r\,\partial\nu}, \qquad (5)$$

где $U_{ni} = \dfrac{c\,T_{0i}}{e H_0 n_0} \dfrac{dn_0}{dr}$; $v_0 = \dfrac{c}{H_0} \dfrac{d\Phi_0}{dr}$; $j_\parallel$ – плотность тока.

Следуя во всем остальном работе Стрингера [4] получаем поток ионов поперек магнитного поля

$$< n v_r >_i = D_{PS} \frac{dn_0}{dr} \frac{\theta^2 c_s^2}{D(v_0)} \left[1 + \frac{s^2}{a} + \frac{s\, v_0 (v_0 + U_{ni})(v_0 + U_{ne})}{a\, D(U_{ni} - U_{ne})} \right], \qquad (6)$$

где

$$D_{PS} = \xi_e r^2_{ce} \frac{4\pi^2}{i^2}\left(1+\frac{T_{0i}}{T_{0e}}\right) -$$

коэффициент диффузии Пфирша-Шлютера; $D(v_0) = v_0^2 + v_0 U_{ne} - \theta^2 c_s^2$ – величина, пропорциональная диэлектрической проницаемости; параметр $a \equiv e^2 \eta_{\parallel} \kappa_{\parallel}^e / T_{0e} \approx 2{,}26$ [9] ($\kappa_{\parallel}^e$ – коэффициент теплопроводности, $\eta_{\parallel}$– сопротивление плазмы).

В общем случае диффузия неамбиполярна и плазма раскручивается до стационарной скорости v_0. Уравнение для $v_0(t)$ находим из уравнения движения плазмы с учетом условия квазинейтральности [6]. В нашем случае оно имеет следующий вид:

$$n_0 m_i \frac{\partial v_0}{\partial t} = \frac{2\epsilon^2}{\theta^2} \frac{n_0 T_{0e}}{\kappa_{\parallel}^e} \frac{v_0}{D^2(v_0)} \{[v_0 + U_{ni} + s(U_{ni} - U_{ne})]\times$$

$$\times[v_0(v_0+U_{ni})(v_0+U_{ne}) + sD(v_0)(U_{ni}-U_{ne})] + aD(v_0)(U_{ni}-U_{ne})^2\}. \qquad (7)$$

Отсюда видно, что устойчивое стационарное вращение достигается лишь при одной скорости

$$v_0 \approx -U_{ni}\left[1 + s\left(1+\frac{a}{s^2}\right)\left(1+\frac{T_{0e}}{T_{0i}}\right)\right]; \quad \frac{U_{ni}-U_{ne}}{\theta c_s} << 1, \qquad (8)$$

а коэффициент диффузии отличается от D_{PS} на фактор [1])

$$G = 1 + s^2/a = 1{,}31. \qquad (8)$$

Важно отметить, что даже в пределе сильных градиентов ($U_{ni} > \theta C_s$) частота вращения плазмы согласно условию $\partial v_0/\partial t = 0$ всегда далека от резонанса и поэтому коэффициент диффузии не превышает существенно D_{ps}.

Автор благодарит академика Р.З.Сагдеева за обсуждение и советы.

Институт ядерной физики
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
6 августа 1969 г.

1) Плазма оказывается при этом устойчивой из-за стабилизирующего влияния продольной инерции ионов.

Литература

[1] Л.А.Арцимович. Вестник Академии наук, 6, 19, 1969.

[2] А.Бобровский, Н.Д.Виноградова, Э.И.Кузнецов, К.А.Разумова. Письма в ЖЭТФ, 9, 261, 1969.

[3] А.А.Галеев, Р.З.Сагдеев. ЖЭТФ, 53, 348, 1967.

[4] T.Stringer Phys. Rev. Lett., 22, 770, 1969.

[5] D.Pfirsch, and A.Schluter. Report of the Max-Planck Institute, MPI/PA/ 7/62. Munich 1962.

[6] M.N.Rosenbluth, J.B.Taylor. Plasma Diffusion and Staboloty in Toroidal Systems Institute for Advanced Study, Princeton, N.J., USA,

[7] А.А.Галеев, В.Н.Ораевский, Р.З.Сагдеев. ЖЭТФ, 44, 903, 1963.

[8] А.А.Галеев, С.С.Моисеев, Р.З.Сагдеев. Теория устойчивости неоднородной плазмы. Препринт ИЯФ СО АН СССР. Новосибирск, 1963.

[9] С.И.Брагинский. Вопросы теории плазмы. Вып. 1, М., Госатомиздат, 1963 г., стр.183.