Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 2, стр. 77 – 79 *25 января 1985 г.*

СУПЕРСИММЕТРИЯ И АНОМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ КВАЗИПАРТОННЫХ ОПЕРАТОРОВ В КХД

А.П.Бухвостов, Э.А.Кураев, Л.Н.Липатов, Г.В.Фролов

Введен класс квазипартонных операторов (КПО) произвольного твиста, замкнутый относительно уравнений эволюции, которые для этого класса имеют вид уравнений Фаддеева с парным взаимодействием. Роль взаимодействия играет матрица аномальных размерностей операторов твиста 2. С использованием подгруппы суперсимметричных преобразований получены соотношения между элементами матрицы аномальных размерностей в КХД

Сечения глубоконеупругих процессов типа ep-рассеяния в рамках теории поля, как известно, [1, 2] могут быть выражены в терминах распределений $n^j_h(x)$ плотностей числа партонов j (кварков и глюонов с разными спиральностями) по доле энергии x в системе, где адрон h имеет бесконечный импульс. Уравнения эволюции партонных распределений [1, 2] дают зависимость n^j_h от переданного импульса Q.

В общем случае для описания амплитуд глубоконеупругих процессов необходимо вводить более общие величины – так называемые партонные корреляторы, представляющие собой произведения волновых функций начального и конечного адронов, вообще говоря, с различным числом партонов [3, 4]. В рамках операторного разложения амплитуды представляются в виде суммы факторизованных выражений, в которых один множитель есть матричный элемент некоторого локального оператора O_r по адронному состоянию, а второй является весом, с которым соответствующий оператор входит в разложение исходных операторов (типа электромагнитных токов). При этом зависимость амплитуд от Q полностью определяется зависимостью матричных элементов операторов O_r от точки нормировки μ.

Операторы O_r являются тензорами, построенными из полей ψ, $\bar\psi$, $G_{\mu\nu}$ и ковариантных производных D_μ по определенной схеме Юнга. В силу лоренц-инвариантности матрица аномальных размерностей γ_{rs} для этих операторов не зависит от их проекций. Удобно выбрать компоненту тензора, получаемую его сворачиванием по тем индексам, по которым осуществляются операции симметризации и выделения следов, со светоподобным вектором n_μ:

$$n_\mu = \frac{q'}{pq}\,, \qquad q' = q - \frac{q^2}{pq}p\,, \qquad q'^2 = 0, \tag{1}$$

где q – импульс виртуального фотона, p – импульс протона (для ep-рассеяния). Для обозначения такой свертки мы будем соответствующие тензорные индексы заменять точками. Кроме того, мы выберем светоподобную калибровку глюонного поля: $A_\bullet = 0$.

Введем некоторый класс составных операторов, удовлетворяющих двум условиям: 1) операторы не содержат явной зависимости от константы взаимодействия g; 2) при вычислении матричных элементов этих операторов по партонным состояниям можно считать партоны лежащими на массовой поверхности. Назовем введенные объекты квазипартонными операторами (КПО). Можно показать, что они могут быть построены только из следующих структур: $\gamma_\bullet\psi$, $\bar\psi\gamma_\bullet$, $\gamma^\perp_\sigma$, $A^\perp_\sigma$, $\partial_\bullet$, где $\perp$ означает проекцию вектора на пространство, ортогональное плоскости (p, q). КПО являются определенными компонентами калибровочно-инвариантных тензоров, которые при заданном числе полей n обладают минимально возможным твистом n. Все операторы твиста 3, описывающие глубоконеупругое рассеяние в поляризованном случае [3], а также большинство операторов высшего твиста [4] принадлежат к классу КПО.

Важным свойством КПО является то, что при перенормировках они не смешиваются с другими операторами. Можно показать, что уравнения эволюции в однопетлевом приближении для них имеют вид уравнений Фаддеева для системы n частиц с парным взаимодействием (ср. [3]), роль которого играет матрица аномальных размерностей операторов твиста 2 (вообще говоря, цветных). Пользуясь бесцветностью КПО, можно определить эту матрицу так, чтобы все ее элементы были инфракрасно-конечными. Ее можно также частично диагонализовать, используя конформную инвариантность [5]. Соответствующие операторы имеют вид:

$$P^i(j) = \frac{(j\,!)^2 (j+1)!\,(j-1)!}{2(2j)!} \sum_{k=0}^{j-2} \frac{A_\rho (-i\overleftarrow{\partial}_\bullet)^k\, O^i (i\partial_\bullet)^{j-k-1} A_\sigma}{k\,!\,(k+2)\,!\,(j-k)!(j-k-2)!}, \tag{2}$$

$$Q^i(j) = \frac{(j\,!)^2 (j+2)!\,(j-2)\,!}{(2j)\,!} \sum_{k=0}^{j-1} \frac{\bar\psi (-i\overleftarrow{\partial}_\bullet)^k\, \Gamma^i (i\partial_\bullet)^{j-k-1} \psi}{k\,!\,(k+1)!\,(j-k)\,!\,(j-k-1)\,!}, \tag{3}$$

$$R^i(j) = \frac{j\,!\,(j-1)\,!\,(j+1)!\,(j+2)!}{(2j+1)\,!} \sum_{k=0}^{j-1} \frac{\bar\psi (-i\overleftarrow{\partial}_\bullet)^k \gamma_\bullet \gamma_\rho O^i (i\partial_\bullet)^{j-k} A_\sigma}{k\,!\,(k+1)!\,(j-k+1)\,!\,(j-k-1)!}, \tag{4}$$

где $i = S, P, T$ отвечают (условно) скалярному, псевдоскалярному и тензорному вариантам:

$$O^S = -\delta^\perp_{\rho\sigma}, \quad O^P = -i\epsilon^\perp_{\rho\sigma}, \quad O^T = \frac{1}{2}(\delta^\perp_{\mu\rho}\delta^\perp_{\nu\sigma} + \delta^\perp_{\nu\rho}\delta^\perp_{\mu\sigma} - \delta^\perp_{\mu\nu}\delta^\perp_{\rho\sigma}),$$
$$\Gamma^S = \gamma_\bullet, \qquad \Gamma^P = \gamma_\bullet \gamma_5, \qquad \Gamma^T = \gamma_\bullet \gamma^\perp_\mu \tag{5}$$

матрицы O^i, Γ^i содержат также цветовую структуру, которая здесь не указана. В качестве примера приведем неизвестные ранее аномальные размерности для спинорных операторов $R^i(j)$ (4):

$$\gamma^S_R(j) = \gamma^P_R(j) = -(NP_3 + P_6 - P_{15})\left(S_{j-1} + S_{j+2} - \frac{5}{3} + \frac{n_f}{6N}\right) -$$
$$-\left(\frac{1}{N}P_3 + P_6 - P_{15}\right)\frac{2(-1)^j}{j(j+1)(j+2)}; \tag{6}$$
$$\gamma^T_R(j) = -(NP_3 + P_6 - P_{15})\left(S_j + S_{j+1} - \frac{5}{3} + \frac{n_f}{6N}\right) + \left(\frac{1}{N}P_3 + P_6 - P_{15}\right)\frac{(-1)^j}{j+1}.$$

Здесь $S_j = \sum_{k=1}^{j} 1/k$; P_3, P_6, P_{15} – проекторы на определенные цветовые состояния системы кварк-глюон (индекс означает размерность соответствующего мультиплета для группы $SU(3)$); N – число цветов, n_f – число ароматов. Операторы, являющиеся полными производными от выражений (2) – (4) типа $\partial^n_\bullet P$, имеют те же аномальные размерности в силу трансляционной инвариантности. Знание аномальных размерностей операторов (2) – (4) позволяет написать уравнения эволюции для КПО любого твиста.

Элементы матрицы аномальных размерностей не являются независимыми, а связаны рядом соотношений. Действительно, рассмотрим суперсимметричную теорию Янга – Миллса, где A и ψ преобразуются по присоединенному представлению группы $SU(N)$ и ψ – майорановское поле. Такая теория инвариантна относительно подгруппы преобразований суперсимметрии:

$$\delta A^\perp_\nu = \frac{1}{2}\bar\psi A^\perp_\nu \gamma_\bullet \eta = -\frac{1}{2}\bar\eta\gamma_\bullet\gamma^\perp_\nu \psi;$$
$$\delta\psi = -i\partial_\bullet \hat{A}_\perp \eta; \quad \delta\bar\psi = -i\bar\eta\,\partial_\bullet \hat{A}_\perp, \tag{7}$$

где антикоммутирующие параметры η имеют вид $\eta = \hat{p}\xi$. Преобразования (7) не выводят составные операторы из класса КПО. Применяя (7) к операторам (2) – (4), можно построить из них неприводимые супермультиплеты. В частности, для бесцветных операторов они имеют вид:

$$O^S(j) \pm \frac{i}{2}\partial_{\bullet}\widetilde{O}^P(j-1), \quad (1 \mp \gamma_5)R^S(j), \quad \text{четные } j, \tag{8}$$

$$O^P(j) \pm \frac{i}{2}\partial_{\bullet}\widetilde{O}^S(j-1), \quad (1 \mp \gamma_5)R^S(j), \quad \text{нечетные } j, \tag{9}$$

$$\left.\begin{array}{ll} P^T(j), \quad R^T(j+1) - \dfrac{j+2}{2j+1}\,\dfrac{i}{2}\partial_{\bullet}R^T(j) & (10) \\ Q^T(j), \quad R^T(j+1) - \dfrac{j-1}{2j+1}\,\dfrac{i}{2}\partial_{\bullet}R^T(j) & (11) \end{array}\right\} \text{четные } j,$$

где

$$O^i(j) = Q^i(j) + P^i(j), \quad \widetilde{O}^i(j) = -\frac{j+2}{2j+1}Q^i(j) + \frac{j-1}{2j+1}P^i(j). \tag{12}$$

Все члены каждого из супермультиплетов (8) – (11) имеют одну и ту же аномальную размерность. Поэтому, например, для операторов $P^{S,P}(j)$ и $Q^{S,P}(j)$ 8 элементов матрицы аномальных размерностей в суперсимметричной теории могут быть выражены через 2 параметра. Кроме того, одинаковую аномальную размерность имеют мультиплеты (10) и (11), так как $R^T(j+1)$ и $R^T(j)$ не могут смешиваться при перенормировках. Переход к КХД осуществляется путем домножения элементов матрицы на отношение проекторов на бесцветные состояния для случаев, когда кварки преобразуются по фундаментальному и присоединенному представлениям. Одно из вытекающих отсюда соотношений было эмпирически обнаружено в работе [6].

Литература

1. *Липатов Л.Н.* ЯФ, 1974, **20**, 181; *Бухвостов А.П., Липатов Л.Н., Попов Н.П.* ЯФ, 1974, **20**, 532.
2. *Altarelli G., Parisi G.* Nucl. Phys., 1977, **B126**, 298.
3. *Бухвостов А.П., Кураев Э.А., Липатов Л.Н.* ЖЭТФ, 1984, **87**, 37.
4. *Ellis R.K., Furmanski W., Petronzio R.* Nucl. Phys., 1983, **B212**, 20.
5. *Ohrndorf Th.* Nucl. Phys., 1982, **B198**, 26.
6. *Докшицер Ю.Л.* ЖЭТФ, 1977, **71**, 1216.

Институт ядерной физики им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19 ноября 1984 г.