К ТЕОРИИ ДИАМАГНЕТИЗМА ПОЛУПРОВОДНИКОВ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д.Сирота, З.Урицкий, Г.Шустер

Известно, что в квантующем магнитном поле рассеяние носителей тока на оптических фононах имеет резонансный характер, который проявляется в магнетофононных осцилляциях [I] и в осцилляциях поглощения света свободными носителями [2]. В [2] было замечено, что резонансное поглощение и испускание фононов приводит к особенностям в дисперсионной части спектра носителей. Естественно рассмотреть вопрос о том, как проявятся эти особенности в диамагнитной восприимчивости носителей тока.

Мы будем исходить из гамильтониана

$$H=\sum_{p}\varepsilon_{p}a_{p}^{+}a_{p}+\sum_{\vec{q}}\omega_{q}\left(c_{q}^{+}c_{\vec{q}}+\frac{1}{2}\right)+$$

$$+\sum_{pp'q}G_{q}\left(i_{pp'\vec{q}}\;a_{p}^{+}c_{\vec{q}}a_{p'}+\text{э.с.}\right), \qquad (1)$$

где a_{p}^{+}, a_{p} и $c_{\vec{q}}^{+}$, $c_{\vec{q}}$-операторы рождения и уничтожения, а ε_{p} и ω_{q}-энергии носителей тока и фононов соответственно, G_{q}- константа взаимодействия, p -величины, характеризующие состояние носителей в квантующем магнитном поле, $\vec{q}$ -волновые вектора фононов,

$$i_{pp'\vec{q}} = \int d^3x\, \psi^*_p\, e^{i\vec{q}x}\, \psi_{p'},$$

ψ_p -волновые функции Латтинжера и Кона [3].

Следуя [2], находим спектр носителей как полюс запаздывающей функции Грина в нижней полуплоскости энергий:

$$D_{pp'}(E) = \int e^{iEt}\,\theta(t)\, Sp\, e^{-\beta H}\, a^+_p(t)\, a_{p'}(0),$$

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases} \qquad a^+_p(t) = e^{iHt}\, a^+_p(0)\, e^{-iHt}. \tag{2}$$

Во втором порядке по взаимодействию с фононами спектр носителей будет иметь вид:

$$E = \varepsilon_{p'} - \sum_{n'} \int d^3q \left[\frac{R^2 \left|L_n^{n'-n}(q_\perp^2)\right|^2 N_0}{\left(\varepsilon_{n'p'_z+q_z} - \varepsilon_{np'_z} - \omega\right)} + \frac{R^2 \left|L_n^{n'-n}(q_\perp^2)\right|^2 (1+N_0)}{\left(\varepsilon_{n'p'_z-q_z} - \varepsilon_{np'_z} + \omega\right)} \right]. \tag{3}$$

Здесь ω -предельная частота оптических фононов, N_0-число фононов, $L_n^{n'-n}(q_\perp^2)$- полином Лагерра с весом

$$G^2 = R^2/q^2 = \frac{\hbar\omega e^2}{q^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0}\right).$$

Полагая в G $q^2 = 3/2\, q_\perp^2$, получим

$$E = \varepsilon_p - \frac{R^2 (2m^*)^{1/2}}{2} \sum_{n'} K_{nn'} \Big[N_0 \Big(\Omega(n'-n) - \omega - \frac{p_z^2}{2m^*}\Big)^{-1/2} - (1+N_0)\Big(\Omega(n'-n) + \omega - \frac{p_z^2}{2m^*}\Big)^{-1/2}\Big], \tag{4}$$

$$\Omega = \frac{eH}{m^* c}; \quad K_{nn'} = \int dq_\perp^2 \; 2/3 \frac{|L_n^{n'-n}|^2}{q_\perp^2}.$$

Вычислим теперь статистическую сумму для газа носителей тока с энергиями, перенормированными за счет взаимодействия с фононами

$$Z = \frac{2eH}{\hbar^2 c} \sum \int dp_z\, e^{-\beta E} =$$

$$= Z_0 + \frac{R^2 eH (2m^*)^{1/2}}{\hbar^2 c} \sum_{nn'} \int dp_z \Big\{ (1+N_0)\Big[\Omega(n'-n) + \omega - \frac{p_z^2}{2m^*}\Big] + N_0 \Big[\Omega(n'-n) - \omega - \frac{p_z^2}{2m^*}\Big]\Big\} \Big[\exp\big(-\beta p_z^2/2m^*\big)\Big] K_{n'n}. \tag{5}$$

Z_0 -статистическая сумма без учета взаимодействия с фононами. Оценим интеграл в (5), используя асимптотическое соотношение (4)

$$\int_a^b \varphi(t) e^{\lambda f(t)} dt \sim e^{\lambda f(t_0)} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \sum_n \frac{C_{2n}(2n)!}{4^n n! \lambda^n}, \quad (6)$$

где t_0 - экстремальная точка $f(t)$.

Получим

$$Z = Z_0 + \frac{R^2 eH(2m^*)^{3/2}}{\hbar^2 c \beta^{1/2}} \sum_{nn'} K_{nn'} e^{-\beta\Omega(n'+1/2)} \times$$

$$\times \left\{ (1+N_0)\left[\Omega(n-n')+\omega\right]^{-1/2} + N_0\left[\Omega(n-n')-\omega\right]^{-1/2} \right\}. \quad (7)$$

Отсюда имеем для диамагнитной восприимчивости

$$\mu = \frac{N}{\beta H} \frac{\partial \ln Z}{\partial H} = \mu_0 + \frac{R^2 e(2m^*)^{1/2} N}{\hbar^2 H c \beta^{3/2} Z_0} \sum_{nn'} K_{nn'} \times$$

$$\times e^{-\beta\Omega(n+1/2)} \left\{ (1+N_0)\left[\Omega(n'-n)+\omega\right]^{-1/2} + N_0\left[\Omega(n'-n)-\omega\right]^{-1/2} - \right.$$

$$- \frac{\beta\Omega(n+1/2)}{H}\left[(1+N_0)(\Omega(n'-n)+\omega)^{-1/2} + N_0(\Omega(n'-n)-\omega)^{-1/2}\right] -$$

$$\left. - \frac{\Omega(n'-n)}{H}\left[(1+N_0)(\Omega(n'-n)+\omega)^{-3/2} + N_0(\Omega(n'-n)-\omega)^{-3/2}\right] \right\}. \quad (8)$$

Очевидно, что член в диамагнитной восприимчивости, обязанный взаимодействию носителей тока с оптическими фононами, содержит резонансные пики при $\Omega(n'-n) \pm \omega = 0$. Поскольку $\beta\Omega > 1$, в (8) существенны лишь малые n, так что члены, содержащие $(n'-n)\Omega - \omega$, скажутся при $n=0$. Очевидно, резонансное поглощение оптических фононов приводит к пикам также тогда, когда ω кратно целому числу Ω. Однако вследствие экспоненциального убывания N_0 для каждого последующего пика с ростом $\beta\omega$, наиболее существенным будет вклад резонансного поглощения фонона в пик $\omega=\Omega$. В членах, соответствующих резонансному испусканию, особенности могут наблюдаться при $n>n'$; наличие экспоненциального фактора выделит опять-таки пик при $n'=0$, $n=1$. Таким образом, можно ожидать появления существенной немонотонности в диамагнитной восприимчивости лишь для $\omega=\Omega$. Проведение полного расчета, с учетом затухания в спектре носителей, которое определит форму резонансных линий, не представляет принципиальных трудностей, но в техническом отношении весьма громоздко. Приведенный расчет правильно определяет положение резонансных пиков.

Уральский государственный
университет им.А.М.Горького

Поступило в редакцию
14 апреля 1965 г.

Литература

[1] В.Л.Гуревич, Ю.А.Фирсов. ЖЭТФ, 47, 734, 1964.
[2] З.И.Урицкий, Г.В.Шустер. ЖЭТФ, 49, вып.7, 1965.
[3] J.Luttinger, W. Kohn. Phys. Rev., 97, 869, 1955.
[4] М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат. Методы теории функций комплексных переменных. Физматгиз, М.,1958, стр.449.