

Криволинейное движение лазерных солитонных комплексов

Н. Н. Розанов¹⁾, С. В. Федоров, А. Н. Шацев

Научно-исследовательский институт лазерной физики 199034 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2005 г.

Найдены условия, при которых центр инерции устойчивых комплексов диссипативных оптических солитонов движется криволинейно. Такой характер движения диссипативных структур вызван асимметрией распределения интенсивности и энергетических потоков и четко выражен для лазерных солитонов с сильным взаимодействием. Представлены результаты численного моделирования этих комплексов в модели широкоапертурных лазеров или лазерных усилителей с насыщающимся усилением и поглощением. Подобные комплексы могут наблюдаться в различных пространственно распределенных нелинейных диссипативных системах, в том числе в форме дискретных солитонов.

PACS: 05.45.Yv, 42.55.Ah, 42.65.Tg

Закон прямолинейного движения центра инерции механических систем, являющийся следствием однородности пространства, относится к основным законам механики и теории относительности [1, 2]. Справедлив этот закон и для центра инерции полей, включая электромагнитное, причем как в вакууме [2], так и в однородных прозрачных средах, в том числе нелинейных [3], в которых возможно существование частицеподобных (локализованных) структур – консервативных солитонов. Однако значительный интерес представляют и среды или системы с диссипацией, в которых имеет место приток и отток энергии, а в результате их баланса возможно существование особо устойчивых диссипативных солитонов [4]. В настоящем сообщении мы демонстрируем возможность криволинейного движения устойчивых комплексов солитонов в однородных системах с диссипацией. Хотя результаты имеют общий характер, в связи с недавними успехами в экспериментах с полупроводниковыми микрорезонаторами [5–7] мы ограничиваемся рассмотрением двумерных оптических солитонов в широкоапертурных лазерах с насыщающимся поглощением.

Мы будем рассматривать одновременно две схемы с размерностью $(2 + 1)$, в которых были предсказаны и изучены лазерные солитоны, см. [4] и соответствующие ссылки. Первой схемой служит широкоапертурный лазер с большим числом Френеля, внутри резонатора которого содержится насыщающийся поглотитель. Предполагаем также, что схема включает анизотропный элемент, такой, что потери сравнительно малы только для одной из двух поляризационных компонент, что сводит задачу к скалярной.

Времена релаксации для усиления и поглощения считаются малыми по сравнению со временем жизни поля в пустом резонаторе t_c , что отвечает лазерам класса А. Тогда в параксиальном приближении среднего поля (после усреднения огибающей электрической напряженности поля E по продольной координате z) динамика описывается обобщенным комплексным уравнением Гинзбурга–Ландау [4, 8]

$$\frac{\partial E}{\partial t} = (i + d)\nabla_{\perp}^2 E + E f(|E|^2), \quad (1)$$

$$f(|E|^2) = -1 + \frac{g_0}{1 + |E|^2} + \frac{a_0}{1 + b|E|^2},$$

где t – безразмерное время, нормированное на t_c , $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – поперечный оператор Лапласа с безразмерными поперечными координатами $\mathbf{r}_{\perp} = (x, y)$, нормированными на ширину зоны Френеля, d – эффективный коэффициент диффузии, который предполагается малым ($0 < d \ll 1$), и нелинейная функция $f(I)$ интенсивности излучения $I = |E|^2$ описывает нелинейные резонансные и линейные нерезонансные усиление и поглощение (потери), соответственно. В пренебрежении частотными расстройками функция $f(I)$ вещественна, g_0 и a_0 – вещественные и положительные коэффициенты ненасыщенного (линейного) усиления и поглощения, а параметр b – отношение интенсивностей насыщения усиления и поглощения. Нерезонансные потери нормированы на единицу за счет масштаба времени. Вторая схема, описываемая тем же управляющим уравнением (1), представляет оптический усилитель также с насыщающимся усилением и поглощением; в этой безрезонаторной схеме эволюционная переменная t имеет смысл продольной координаты z . Ниже мы используем также стандартные определения усреднен-

¹⁾e-mail: nrosanov@yahoo.com

ного за оптический период поперечного вектора потока энергии (вектора Пойнтинга) $\mathbf{S}_\perp = \text{Im}(E^* \nabla_\perp E)$ и поперечных координат центра инерции поля $\mathbf{R}_\perp = \int \mathbf{r}_\perp |E|^2 d\mathbf{r}_\perp / \int |E|^2 d\mathbf{r}_\perp$.

Из уравнений динамики поля (1) следует, что при наличии оси симметрии у поперечных распределений интенсивности и вектора Пойнтинга центр инерции может двигаться только вдоль этой оси симметрии. Если таких осей две, то центр инерции неподвижен, так что асимметрия служит необходимым условием движения структуры [4]. Ниже мы будем рассматривать комплексы, порождаемые вихревыми солитонами, огибающая поля которых в полярных координатах (r, φ) имеет вид $E(r, \varphi, t) = A(r) \exp(im\varphi - i\eta t)$. Спектральный параметр v играет роль собственного значения с дискретным спектром и представляет нелинейный сдвиг частоты в случае лазерной схемы и сдвиг постоянной распространения в случае усилителя. Полагаем, что топологический заряд $m = \pm 1$. Анализ показывает, что асимметрия наиболее выражена в случае сильной связи солитонов, причем количественный (топологический) критерий различия слабой и сильной связи удобно устанавливать по структуре энергетических потоков [8]. В представленных ниже результатах численного моделирования использовались следующие типичные значения параметров: $a_0 = 2$, $b = 10$, $0.04 < d < 0.15$, $g_0 = 2.108$ и 2.11. Моделирование основывается на методе расщепления и алгоритме быстрого преобразования Фурье [9].

На рис.1а представлено мгновенное распределение интенсивности сильно связанной пары вихревых солитонов с противоположными топологическими зарядами $m_1 = 1$ и $m_2 = -1$. Сильно связанные пары с такими зарядами всегда асимметричны, весьма устойчивы и вращаются с периодом $T = 410$ (при указанных значениях параметров). Как показывает рис.1с, центр инерции этой пары движется по окружности. Период этого движения и период вращения пары совпадают, то есть эти два движения синхронизированы. Вектор Пойнтинга, усредненный дополнительно по поперечному сечению, $\langle \mathbf{S}_\perp \rangle = \int \mathbf{S}_\perp d\mathbf{r}_\perp$, направлен в данном случае по касательной к траектории центра инерции.

Сильно связанная пара вихревых солитонов с одинаковыми топологическими зарядами $m_1 = m_2 = -1$ обладает центральной симметрией. Соответственно, ее центр инерции неподвижен, а сама пара вращается с периодом $T \approx 840$. Однако если добавить к такой структуре (“ядру”) слабо связанный с ним солитон с тем же топологическим зарядом (“спутник”), то после некоторого переходного периода формируется

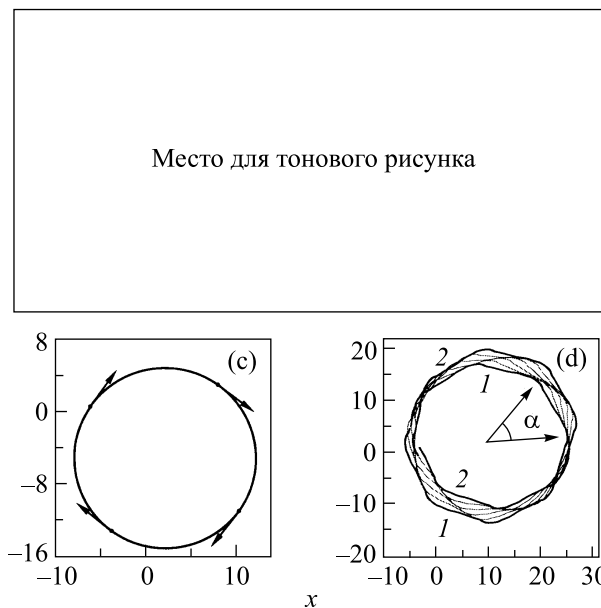


Рис.1. Мгновенное поперечное распределение интенсивности – (a), (b) и траектории центров масс – (c), (d) для сильносвязанной вращающейся пары вихревых солитонов с противоположными зарядами – (a), (c); $d = 0.06$, и структуры типа “ядро” с одним слабосвязанным спутником – (b), (d), $d = 0.12$; 1 – первое обращение спутника, $t = (73710, 78110)$; 2 – шестое обращение спутника, $t = (95310, 99710)$. Стрелки на рис.(a), (b) указывают на направление вращения структуры, стрелки на рис.(c) указывают направление среднего вектора Пойнтинга ($\langle \mathbf{S}_\perp \rangle$) в различные моменты; $g_0 = 2.108$

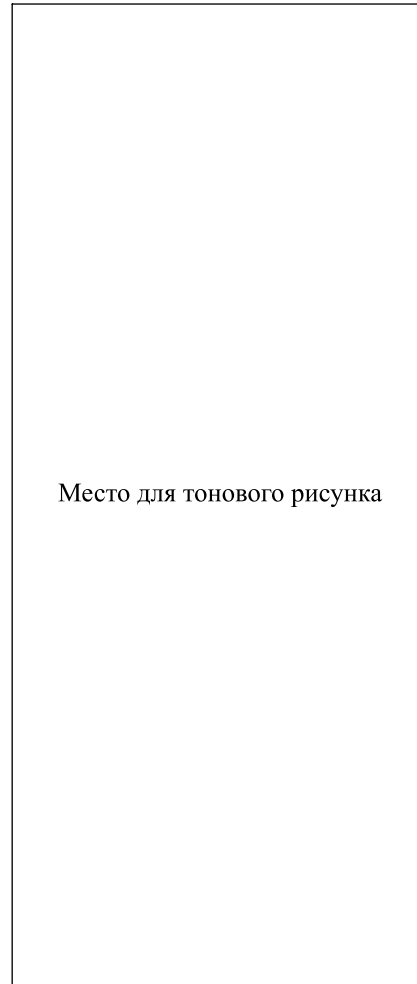
устойчивый комплекс с существенно различающимися периодами вращения ядра $T_{\text{core}} \approx 840$ и спутника (вокруг ядра) $T_{\text{sat}} \approx 4400$, см. рис.1b и [10]. Этот комплекс устойчив и восстанавливается при внесении малых возмущений. Из-за центральной симметрии ядра вся структура воспроизводится с поворотом на угол $\alpha = \pi / (T_{\text{sat}} / T_{\text{core}} - 1)$ (см. рис.1d) через интервал времени $T_1 = \frac{1}{2} (T_{\text{core}}^{-1} - T_{\text{sat}}^{-1})^{-1}$. Кроме вращений, имеется также поступательное движение всей структуры с весьма малой скоростью на уровне погрешности вычислений, см. рис.1d.

Вследствие нелинейного взаимодействия между двумя указанными вращениями и явления синхронизации периоды вращений должны находиться, в пределах полосы синхронизации, в рациональном соотношении: $T_{\text{core}} / T_{\text{sat}} = n_{\text{sat}} / n_{\text{core}}$, где $T_{\text{core}} = T_0 / n_{\text{core}}$ и $T_{\text{sat}} = T_0 / n_{\text{sat}}$, T_0 – минимальный период поворота всей структуры на угол, кратный 2π и n_{core} , n_{sat} – целые числа. Тогда, при исключении указанного выше пренебрежимо медленного поступательного движения, траектория центра инерции оказывается замкнутой кривой, состоящей из целого числа сегментов

тов идентичной формы, развернутых друг по отношению к другу на угол α . В случае рис.1d $n_{\text{core}} = 49$ и $n_{\text{sat}} = 10$; здесь представлена только половина всего периода T_0 . Отметим, что период $T_0 = 44000$ характеризует также длительность переходного процесса синхронизации, тогда как время формирования комплекса близко к $T_{\text{core}} \ll T_0$. При неблагоприятных начальных условиях спутник не связывается с ядром, а, например, удаляется от него. Тем не менее, такой комплекс весьма устойчив и существует в широком диапазоне параметров ($0.036 < d < 0.15$, $2.097 < g_0 < 2.117$). Числа n_{core} и n_{sat} для сформировавшегося комплекса в наших условиях не зависели от начальных условий, но зависели от параметров системы. Так, при изменении коэффициента диффузии d формируются комплексы с $n_{\text{sat}} = 1$ и n_{core} от 4 до 9.

Вычисления показывают также существование нового комплекса, в котором вокруг того же ядра вращаются два спутника с периодом $T_{\text{sat}} = 11000$ (рис.2). Теперь период вращения ядра $T_{\text{core}} \approx 1100$, топологические заряды всех четырех вихрей совпадают ($m = 1$) и вращение происходит против часовой стрелки. Для демонстрации слабой связи спутников с ядром на рис.3 мы приводим топологическую структуру потоков энергии, построенную указанным в [8] методом. Видно, что ядро окружено двумя общими предельными циклами, что свидетельствует о сильной связи вихрей в ядре. Напротив, каждый из спутников сохраняет по три индивидуальных предельных цикла, что показывает их слабую связь с ядром. Поэтому в целом связь солитонов в комплексе смешанная. Большое расстояние между спутниками исключает их прямое взаимодействие друг с другом. Однако каждый из них “чувствует” друг друга через посредство ядра. Это означает, что спутник возмущает ядро и противоположный спутник взаимодействует с возмущенным ядром. Поэтому относительное расположение спутников не произвольно. Если сместить один из них, то со временем восстановится их противоположное, по отношению к ядру, расположение, как это показано на рис.4, что также подтверждает устойчивость этих структур. Важно, что ввиду симметрии центр инерции этих структур практически неподвижен.

Если аппроксимировать пространственные производные в (1) конечными разностями, то схема будет соответствовать двумерной системе одномодовых волноводов, каждый из которых обладает нелинейными (насыщающимся) усилением и поглощением, причем допустимы как резонаторный, так и безрезонаторный варианты схемы. Недавно были изуче-



Место для тонового рисунка

Рис.2. Поперечное распределение интенсивности (а) и фазы (б) для структуры “ядро” с двумя спутниками. Период вращения составляет около 1100 для ядра и около 11000 для спутников. Стрелки указывают на направление вращения структуры. На картинках справа фаза меняется от $-\pi$ (темный цвет) до π (светлый)

ны подобные одномерные схемы [11]. В двумерных же системах имеется существенно большее разнообразие структур диссипативных дискретных солитонов. Ограничиваясь здесь структурами с медленным изменением амплитуд и фаз мод от волновода к волноводу, можно утверждать, что представленные выше результаты означают наличие движущихся и вращающихся комплексов дискретных солитонов. Возможны также и структуры с резким изменением амплитуд и фаз мод, которые не имеют аналогов для континуальной модели (1).

Таким образом, мы представили, по-видимому, первый пример установившегося криволинейного движения центра инерции комплексов диссипативных оптических солитонов. Это свойство было

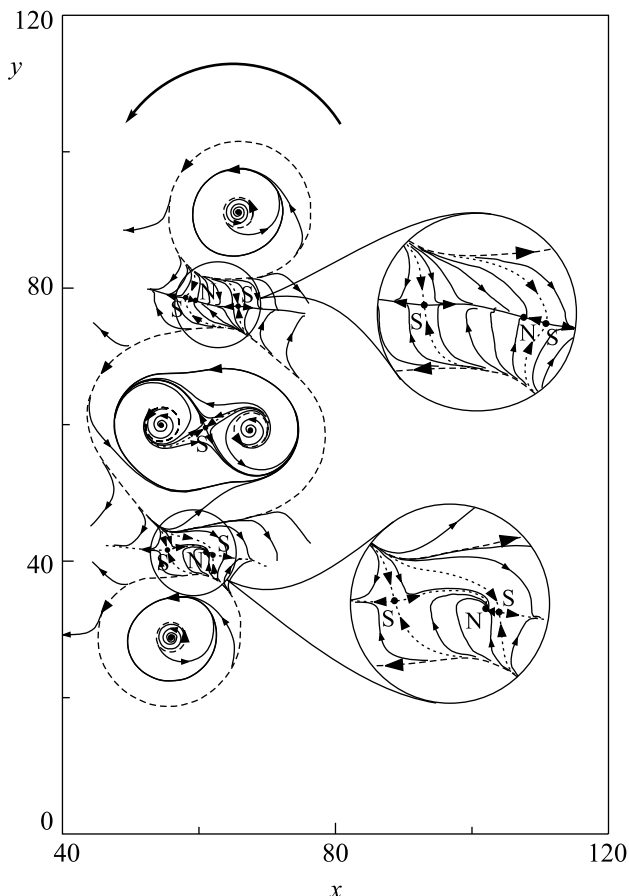


Рис.3. Энергетические потоки для стабильной локализованной структуры, изображенной на рис.2 при $t = 0$. Замкнутые траектории соответствуют предельным циклам. Две увеличенные области представляют окрестность слабого перекрытия ядра и спутников и включают узлы N и седла S с сепаратрисами, обозначенными пунктиром. Большая стрелка указывает на направление вращения

обнаружено для широкого класса асимметричных вихревых структур с сильным взаимодействием. Причиной криволинейности движения служит асимметрия источников и стоков энергии в невырожденных диссипативных системах (при отсутствии инвариантности по отношению к преобразованию Галилея). Вообще говоря, криволинейное движение возможно не только при сильном взаимодействии солитонов. Так, точными решениями (1) при замене функции f на константу $f_0 = f(0)$, что отвечает линейной диссипативной системе, служат гауссовы пучки. При $d > 0$ их центр движется по гиперболе (криволинейно), однако это движение реализуется только на переходном этапе, оканчивающемся прекращением поперечного движения. В нелинейном случае наблюдается криволинейное движение

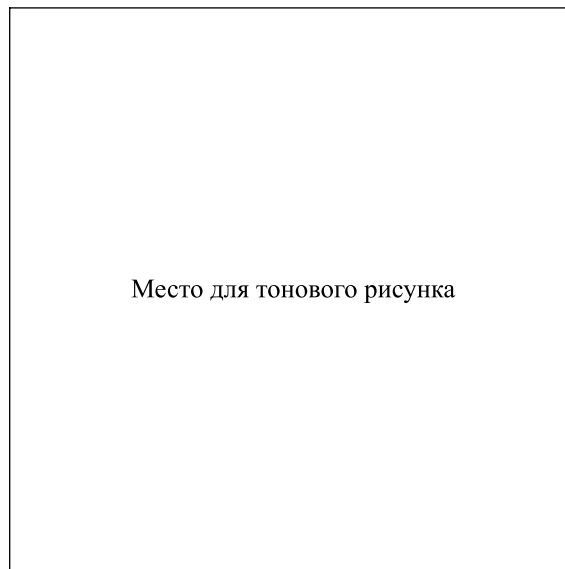


Рис.4. Динамика восстановления противоположных позиций двух спутников после начального возмущения; $d = 0.15$, $g_0 = 2.108$

асимметричных комплексов слабо связанных диссипативных солитонов, но по-прежнему только в переходном процессе. Солитонный комплекс с одной осью симметрии движется вдоль этой оси, если отсутствует симметрия его “передней” и “задней” частей в направлении этой оси. В общем случае отсутствия осей симметрии комплекс вращается и его центр инерции движется криволинейно. Хотя положение центра инерции полностью определяется распределением интенсивности, кривизна траектории связана с “фазовой степенью свободы” поля. Отметим, что рассмотренные комплексы вращаются как абсолютно твердое тело в отсутствие слабой связи между составляющими комплекс солитонами, а при смешанной связи (часть солитонов связана сильно, а часть слабо) разные части комплекса вращаются с различными угловыми скоростями. Нелинейность системы проявляется в синхронизации периодов вращения и влияет на форму траектории центра инерции. Найденный тип поперечного движения солитонов может быть перспективен для приложений к оптической обработке и хранению информации, особенно в полупроводниковых широкоапертурных лазерах с вертикальным резонатором (VCSELs) с насыщающимся поглощением, а также в аналогичных усилителях, системах активных световодов и в нелинейных фотонных кристаллах.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 04-02-16605 и # 04-02-81014Бел.

-
1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, М.: Наука, 1965.
 2. В. А. Фок, *Теория пространства, времени и тяготения*, М.: Физматлит, 1961.
 3. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, ИПФ РАН: Нижний Новгород, 1970.
 4. N. N. Rosanov, *Spatial Hysteresis and Optical Patterns*, Berlin: Springer, 2002.
 5. S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla et al., *Nature (London)* **419**, 699 (2002).
 6. V. B. Taranenko, I. Ganne, R. J. Kuszelewicz, and C. O. Weiss, *Phys. Rev. A* **61**, 063818 (2000).
 7. E. A. Ultanir, G. I. Stegeman, D. Michaelis et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 253903 (2003).
 8. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, *ЖЭТФ* **125**, 486 (2004).
 9. S. V. Fedorov, N. N. Rosanov, A. N. Shatsev et al., *IEEE J. Quantum Electron.* **39**, 197 (2003).
 10. Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, А. Н. Шацев, Н. А. Лойко, *Опт. и спектр.* **97**, 96 (2004).
 11. E. A. Ultanir, G. I. Stegeman, and D. N. Christodoulides, *Opt. Lett.* **29**, 845 (2004).