Письма в ЖЭТФ., том 9, стр. 675– 679 *20 июня 1969г.*

САМОФОКУСИРОВКА СВЕРХКОРОТКИХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ

А.А.Абрамов, В.Н.Луговой, А.М.Прохоров

До сих пор явление самофокусировки теоретически исследовалось только для стационарных [1–3] или квазистационарных [4] граничных условий. Такая постановка задачи отвечает случаям, когда длительность лазерного импульса достаточно велика: определяемая этой длительностью длина светового цуга должна быть значительно больше ширины слоя нелинейной среды, через которую проходит лазерный луч и в которой нас интересует его поведение. В настоящей работе мы рассматриваем распространение в нелинейной среде "сверхкоротких" световых импульсов, длины цугов которых могут быть намного меньше (или порядка) ширины слоя, в котором происходит самофокусировка. При этом предполагается, что нелинейность среды обусловлена эффектом Керра:

$$\epsilon = \epsilon_o + \frac{1}{2}\epsilon_2 |E|^2 \qquad (1)$$

(ϵ – диэлектрическая проницаемость, $|E|$ – амплитуда колебаний электрического поля). Электрическое поле $\mathcal{E}(r,t)$ для простоты считается скалярным, т.е. удовлетворяющим уравнению:

$$\Delta\mathcal{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\epsilon\mathcal{E}) = 0\,. \qquad (2)$$

Полагая

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} E(\mathbf{r}, t)\, e^{i(kz-\omega t)} + \text{к.с.}, \quad (k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_o}) \tag{3}$$

находим уравнение для новой неизвестной функции E:

$$\Delta E + 2ik\frac{\partial E}{\partial z} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon' E + \frac{\epsilon_o + \epsilon'}{c^2}\left(2i\omega\frac{\partial E}{\partial t} - \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right) + \\ + \frac{2}{c^2}\frac{\partial \epsilon'}{\partial t}\left(i\omega E - \frac{\partial E}{\partial t}\right) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \epsilon'}{\partial t^2} E = 0, \tag{4}$$

где $\epsilon' = \frac{1}{2}\epsilon_2 |E|^2$. Будем считать, что при всех $\mathbf{r}$ и t выполнены условия

$$\Delta t_x \gg T, \qquad \Delta z_x \gg \lambda, \quad \epsilon' \ll \epsilon_o, \tag{5}$$

где Δt_x, Δz_x – характерное время и характерная длина изменения поля E как функции t и z соответственно; $T = 2\pi/\omega$ – период световых колебаний; $\lambda = 2\pi/k$ – длина световой волны. При условиях (5) часть членов в уравнении (4) пренебрежимо мала. Опуская эти члены, приходим к следующему уравнению для величины E:

$$\Delta_\perp E + 2ik\left(\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial E}{\partial t}\right) + n_2 k^2 |E|^2 E = 0, \tag{6}$$

где $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\quad v = \frac{c}{n_o}$, $\quad n_o = \sqrt{\epsilon_o}$, $\quad n_2 = \frac{\epsilon_2}{2\epsilon_o}$.

Нас интересует решение $E(x, y, z, t)$ этого уравнения (при $z > 0$), удовлетворяющее граничному условию

$$E(x, y, 0, t) = \phi(x, y, t), \tag{7}$$

где ϕ – заданная функция поперечных координат и времени, определяющаяся, соответственно, поперечным распределением и временной зависимостью падающего (из полупространства $z < 0$) на границу $z = 0$ лазерного импульса.

Легко убедиться, что замена переменной $t = \tau + \frac{1}{v} z$ в уравнении (6) приводит нас к следующему уравнению для функции E:

$$\Delta_\perp E + 2ik\frac{\partial E}{\partial z} + n_2 k^2 |E|^2 E = 0 \tag{8}$$

с граничным условием:

$$E|_{z=0} = \phi(x, y, \tau). \tag{9}$$

Эта задача оказывается стационарной, причем переменная τ играет лишь роль параметра в граничном условии. Поэтому, если известно семейство решений задачи (8)–(9) о стационарной самофокусировке (отвечающее всевозможным значениям τ), то полагая в этом семействе $\tau = t - \frac{z}{v}$, мы получаем решение интересующей нас задачи (6)–(7). Семейство решений уравнения (8), отвечающее стационарной самофокусировке аксиально симметричного пучка с гауссовским первоначальным распределением интенсивности в поперечном сечении и плоским фазовым фронтом было получено в работе [2][1].

На этой основе мы сразу получаем следующий общий вывод: самофокусировка светового пучка (максимальная мощность которого больше обычной критической мощности) происходит даже в том случае, когда длина соответствующего светового цуга намного меньше характерной длины самофокусировки (формально определенной по максимальной мощности). При этом общая картина явления получается такой. Как и для стационарной (квазистационарной) самофокусировки основной особенностью этой картины является существование ряда фокальных точек (т.е областей очень малых размеров и высокой концентрации энергии) на оси пучка. Для сверхкоротких лазерных импульсов эти точки возникают в определенные моменты времени и могут раздваиваться при возникновении; двигаться вдоль оси z как в направлении распространения луча, так и в противоположном направлении.

Приведем способ определения координат всех фокальных точек (по оси z) в любой момент времени t_0, если падающий импульс задан граничным условием $E|_{z=0} = \psi(t)\exp(-r^2/2a^2)$. Для этого изобразим в координатах

$$\zeta = \frac{z}{ka^2}, \quad N = \frac{E_0}{E_{\text{кр}}} \quad \left(E_{\text{кр}} = \frac{1}{\sqrt{n_2 (ka)^2}}\right)$$

совокупность кривых $N = N_m(\zeta)$ (см. сплошные кривые на рис. 1), определяющихся приведенным в работе [2] графиком (который дает "обратную" зависимость величин Nz_m/ka^2 от N). В этих же координатах изобразим функцию

$$N = \frac{1}{E_{\text{кр}}} \left|\psi\left(t_0 - \frac{ka^2}{v}\zeta\right)\right|$$

(см., пунктирную кривую на рис. 1). Значения ζ, отвечающие точкам пересечения сплошных и пунктирной кривой, и определяют расположение (в соответствующем масштабе) фокальных точек по оси пучка в момент t_0. Если учесть, что с изменением t_0, пунктирная кривая перемещается (со скоростью v/ka^2) вдоль оси ζ, оставаясь подобной самой себе, то

---

[1] Аналогичное семейство решений, отвечающее сферическому начальному фронту, будет приведено в работе [5].

легко выяснить картину появления и зависимости от времени положений фокальных точек. Эта картина отображена на рис. 2. Мы, видим, что также как при квазистационарной самофокусировке, всегда имеются "точки поворота", в которых фокальные точки останавливаются (на рис. 2 эти точки отмечены кружками).

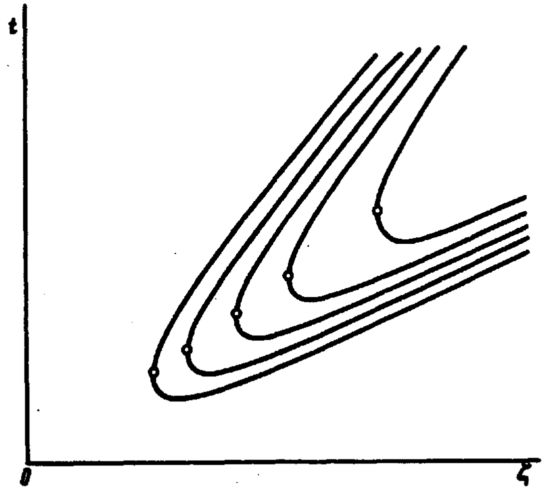

Рис. 1

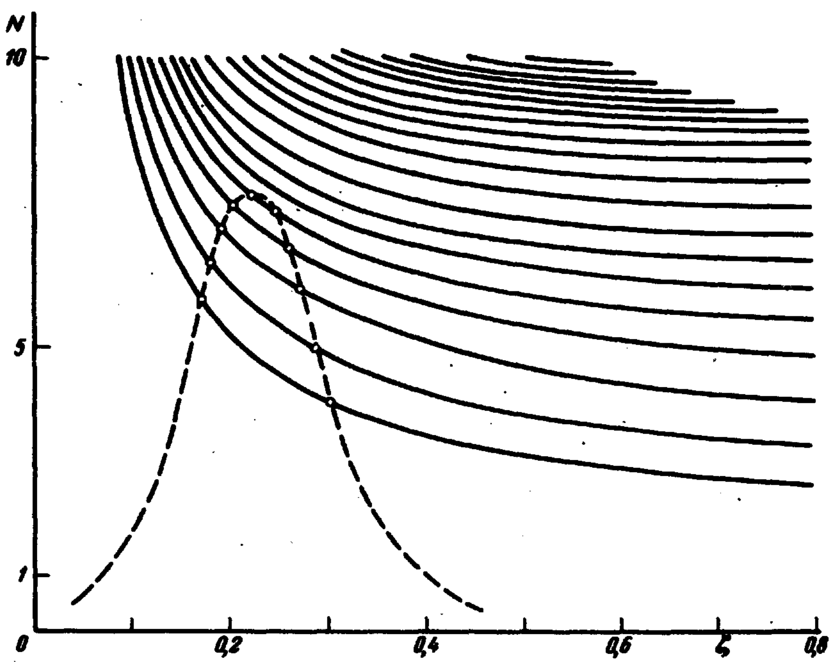

Рис. 2

Легко видеть также, что при самофокусировке импульсов различных длительностей скорости движения фокальных точек могут быть как меньше, так и больше скорости света c. При самофокусировке очень коротких импульсов продольные размеры фокальных точек будут намного меньше аналогичных размеров при стационарной самофокусировке. При этом формально (т.е. в силу (8)–(9)) указанные размеры могут оказаться и столь малыми, что характерное время изменения величины $|E|^2$ в фиксированной точке оси z (при быстром прохождении через нее фокальной точки) окажется меньше характерного времени установления эффекта Керра в среде. Ясно, что в этом случае минимальный размер фокальной точки (и, соответственно, реально достижимая концентрация энергии в ней) будут ограничены временем установления эффекта Керра, что, в свою очередь, может быть практически использовано для оценки этого времени. Вообще, наличие в фокальных точках дополнительных явлений (например, пробоя, ВКР, ВРМБ и т.д.) может повлиять на ряд количественных характеристик рассматриваемого явления, но не внесет качественных изменений в полученную картину.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 апреля 1969 г.

Литература

[1] P.L. Kelley. Phys. Rev. Lett., 15, 1005, 1965.
[2] А.Л. Дышко, В.Н. Луговой, А.М. Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 6, 655, 1967.
[3] В.Н. Гольдберг, В.И. Таланов, Р.Э. Эрм. Изв. МВССО-Радиофизика, 10, 674, 1967.
[4] В.Н. Луговой, А.М. Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 7, 153, 1968.
[5] А.Л. Дышко, В.Н. Луговой, А.М. Прохоров. ДАН СССР, 1969 г.

Письма в ЖЭТФ, том 9, стр. 679 – 683 *20июня 1969г.*

НЕЛИНЕЙНАЯ РАДИАЛЬНАЯ САМОФОКУСИРОВКА МОДУЛИРОВАННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПЛАЗМЕ

В.Б.Красовицкий

Взаимодействие сильно модулированного электронного пучка, представляющего собой последовательность заряженных дисков с поверхностной плотностью заряда $\sigma(r)$, расположенных на расстоянии ℓ друг от друга и движущихся со скоростью v_o, с плазмой можно описать, вво-