Письма в ЖЭТФ, том 9, стр. 692 – 694   *20 июня 1969г*

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 3-х ТЕЛ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Б.Ахматходжаев [1], *В.Б.Беляев*, *Е.Вжеционко* [2]

Как известно, для решения уравнений Фаддеева необходимо знать поведение 2-х частичной T-матрицы вне массовой поверхности. Мы укажем на одну возможность построения такой T-матрицы. Пусть имеем локальный короткодействующий потенциал $V(r)$. ℓ-я гармоника фурье-образа этого потенциала дается выражением:

$$V_{\ell}(k,k') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\infty} j_{\ell}(kr)\, j_{\ell}(k'r)\, V(r) r^2 dr \tag{1}$$

[1] ИЯФ АН УЗ ССР, Ташкент.

[2] Институт ядерных исследований, Варшава.

Локальный потенциал $V_l(k,k')$ будем апроксимировать совокупностью нелокальных потенциалов, используя метод Бейтмана [1]. Для апроксимирующего потенциала $V_l(k,k')$ получаем следующее выражение [2].

$$\tilde{V}_{\ell}(k,k') = T_r\,[\theta(k,k')\,d^{-1}].$$

Решение уравнения Липпмана–Швингера с потенциалом $V_{\ell}(k,k')$ имеет вид:

$$T_{\ell}(k,k',z) = Tr\,[C(z)\,\theta(k,k')]$$

где

$$\theta_{ij}(k,k') \equiv V_{\ell}(k,s_i)\,V_{\ell}(k',s_j),$$

$$d_{ij} \equiv V_{\ell}(s_i,s_j),$$

$$I_{ij}(z) \equiv \int_0^{\infty} k^2 dk\,\frac{V_{\ell}(k,s_i)\,V_{\ell}(k,s_j)}{k^2 - \sqrt{2\mu_{12}\,z} - i\epsilon}, \qquad (3)$$

$$C_{ij}(z) \equiv [(d + 8\pi\mu_{12}\,I)^{-1}]_{ij},$$

s_i – параметры,

$i,j = 1,\dots,n$, μ_{12} – приведенная масса сталкивающихся частиц.

Из (2) видно, что при k или k' равным одному из параметров s_i, приближенный потенциал $\tilde{V}_{\ell}(k,k')$ совпадает с локальным потенциалом (1). Ясно, что при равномерном распределении точек s_i по осям k и k' и при $n\to\infty$, приближенный потенциал $\tilde{V}_{\ell}(k,k')$ стремится к локальному потенциалу (1). Для большинства используемых в расчетах короткодействующих потенциалов можно ограничиться значением n не сильно отличающимся от единицы. Это оказывается возможным из-за гладкости функции $V_{\ell}(k,k')$ по переменным k и k'. Из условия малости интеграла $\int_0^{\infty}\left|V(k,k') - \tilde{V}(k,k')\right|dk'$ и ограниченности интеграла от резольвенты уравнения Липпмана - Швингера с потенциалом $\tilde{V}(k,k')$ следует, что T-матрица (3) мало отличается от решения уравнения Липпмана – Швингера с локальным потенциалом $V(k,k')$. Таким образом T-матрица (3) имеет правильное поведение как на массовой поверхности, так и вне ее. Эта оценка для приближенной T-матрицы (3) тем лучше, чем меньше константа связи. Отсюда следует, что расчет энергии связи системы 3-х тел с T-матрицей (3) будет тем точнее, чем меньше константа связи. Действительно, такая ситуация была обнаружена в работе [3] и в излагаемой работе.

С T-матрицей (3) при $n=1,2,3,4$ уравнения Фаддеева решались для системы 3-х бесспиновых частиц, взаимодействующих посредством потенциала Юкавы $V(r) = G\,\frac{e^{-\mu r}}{r}$. Высшие конфигурации по относительному движению 2-х частиц не учитывались, так как их вклад по оценке в работе [2] пренебрежимо мал. Вычислялась зависимость энергии связи системы от константы связи G. Параметры потенциала выбирались такие же как и в работе [3]. Для $n = 2,3,4$ в системе возникает три уровня, как и в расчетах с локальным потенциалом [3]. В таблице приведены значения $\varkappa = \sqrt{|E| M/\mu^2}$ для основного состояния.

GM/μ \ n	1	2	3	4
1,6	0,25	0,2621	0,3015	0,348
2,0	0,33	0,587	0,6798	0,708
2,4	0,41	0,8666	1,0376	1,086
2,8	0,49	1,119	1,385	1,449
4,0	0,73	1,689	2,389	2,468

Авторы выражают благодарность проф. Л.Д.Фаддееву за стимулирующую дискуссию.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило в редакцию
5 мая 1969 г.

Литература

[1] H. Bateman. Proc. Roy. Soc., A., 100, 441, 1922.
[2] В.Б. Беляев, В. Вжеционко. Препринт ОИЯИ Р4-4144, 1968.
[3] J.W. Humberston, R.L. Hall, T.A. Osborn. Phys. Lett., 27B, 195, 1968.
[4] J.S. Ball, D.Y. Wong. Phys. Rev., 169, 1362, 1968.
[5] Л.В. Канторович, В.И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Гостехиздат, М., 1950.