

К ТЕОРИИ БЫСТРОЙ ЭВОЛЮЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЕ

М.Б.Исиченко, К.В.Чукбар, В.В.Яньков

Показано, что в плазме с малой группой горячих электронов генерация магнитного поля вследствие термоэдс быстро переходит в нелинейную динамику, приводящую к "опрокидыванию" профиля магнитного поля.

В настоящей работе рассматривается модификация генерации магнитного поля вследствие термоэдс (см., например, ¹) в плазме с двухтемпературными электронами. Практически такая ситуация может реализоваться при взаимодействии электронного пучка с анодной фольгой, причем знание величины магнитного поля в этом случае очень важно — как показано в работе Рудакова ², эффективность поглощения энергии пучка определяется полем.

Ле того, как будет видно далее, двухкомпонентная электронная гидродинамика позволяет качественно учесть эффекты, следующие из "бесконечномерной" гидродинамики — кинетики, которые существенно изменяют чисто гидродинамическую картину. На нетривиальность двухкомпонентного описания было обращено внимание в ³.

Итак, будем исследовать быструю динамику магнитного поля в плазме с малой добавкой горячих электронов: $n_h + n_c = zn_i$, $n_h \ll n_c$, $T_c = 0$. Плотность ионов в данной задаче можно считать заданной, поскольку за характерные "электронные" времена массивные ионы не успевают сместиться. Будем также предполагать выполненными следующие неравенства — $\omega_{He} \tau_e \gg 1$, $\beta = 8\pi p / H^2 \gg 1$ (имея в виду применение результатов также к бесстолкновительной плазме и отсутствие существенного изменения генерации поля в рамках одножидкостной гидродинамики) и $l \gg c/\omega_{pe}$ (l — характерный размер задачи — в этом случае можно пренебречь инерцией электронов. Строго говоря, для пренебрежения инерцией электронов пучка требуется также выполнение неравенства $mv_h^2/2 \ll T$, спрведливого при $l \gg v_{Te}/\omega_{He}$. Обратный случай см. в ⁴). С учетом сделанных замечаний используемая система уравнений выглядит так:

$$\begin{aligned}
 0 &= -n_c e \mathbf{E} - \frac{e}{c} n_c [\mathbf{v}_c \mathbf{H}] ; \\
 0 &= -\frac{e}{c} n_h [\mathbf{v}_h \mathbf{H}] - T \nabla n_h ; \\
 n_c &\approx z n_i(\mathbf{r}); \\
 \frac{\partial n_h}{\partial t} + \operatorname{div} n_h \mathbf{v}_h &= 0;
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E};$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -\frac{4\pi}{c} e(n_c \mathbf{v}_c + n_h \mathbf{v}_h).$$

Во втором уравнении по малому параметру n_h/n_c опущен член с электрическим полем. Система (1) с учетом малости β^{-1} и n_h/n_c сводится к двум уравнениям для n_h и \mathbf{H} :

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_h}{\partial t} &= \frac{cT}{e} \operatorname{div} \frac{1}{H^2} [\mathbf{H}, \nabla n_h]; \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= \frac{cT}{e} \operatorname{rot} \frac{\nabla n_h}{n_c}.\end{aligned}$$

Рассмотрим два случая. Если $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_z$, а течение электронов происходит в плоскости (r, φ) , то

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \frac{cT}{er} \frac{\partial(n_h, 1/H)}{\partial(r, \varphi)}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{cT}{er} \frac{\partial(1/n_c, n_h)}{\partial(r, \varphi)}. \quad (3)$$

Видно, что при прочих равных условиях эволюция плотности горячих электронов идет в n_c/n_h раз быстрее, чем эволюция магнитного поля. Поскольку с течением времени n_h и H должны меняться с одинаковой скоростью, эта быстрая эволюция приводит к установлению зависимости $n_h(H)$, т. е. к взаимной компенсации двух больших членов в правой части (2). Покажем это на простом примере. Пусть при $t = 0$ $n_h = n_h(\varphi)$, а $H = H(r)$. Тогда из (2) следует, что $n_h = n_h(\varphi - f(r)t)$, $f(r) = cT/(er) \partial H^{-1} / \partial r$ (с точностью до n_h/n_c H от времени не зависит). В общем случае $f(r) \neq \text{const}$, и эволюция плотности горячих электронов идет с "закручиванием" линий уровня n_h , и уже после нескольких "оборотов" возникает сильная зависимость $n_h(r)$, а, значит, и $n_h(H)$. Общий случай сводится к этому простому переходом в криволинейную систему координат на плоскости (r, φ) , оси которой направлены параллельно и перпендикулярно линиям $\mathbf{H} = \text{const}$. Нетрудно видеть, что аналогичный эффект имеет место и в чистой кинетике для горячих электронов — в пренебрежении влиянием электрического поля дрейф частиц вдоль линий $H = \text{const}$ вследствие различной скорости на различных линиях приводит к появлению зависимости $p_h(H)$ (отметим, что похожий эффект в одномерном случае был получен в работе ⁵). После установления этой функциональной зависимости генерация магнитного поля, описываемая уравнением (3), сменяется на нелинейную динамику, идущую, вообще говоря, с "опрокидыванием" профиля H , после которого включается либо инерция электронов ⁶ (в бесстолкновительном случае), либо их столкновения с ионами ^{4, 7}. В рамках плоской геометрии этот процесс "филаментации" является чисто сносовым.

Если $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_\varphi$, а течение электронов происходит по r, z , то в бесстолкновительном случае необходимо учитывать возможное отличие температур в продольном и поперечном магнитному полю направлениях. В рамках квазигидродинамического описания для потока горячих электронов теперь надо воспользоваться уравнением ⁸

$$n_h \mathbf{v}_h = \frac{cn_h}{eH^2} \left(\frac{T_\perp}{H} [\nabla H, \mathbf{H}] + \frac{T_\perp}{r^2} [\mathbf{H}, \mathbf{r}] \right) + \frac{cT_\perp}{e} \operatorname{rot} \frac{n_h \mathbf{H}}{H^2}.$$

Вместо (2), (3) имеем

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \frac{cT_\perp}{er} \frac{\partial(r^{1-\alpha} H^{-1}, n_h r^\alpha)}{\partial(r, z)}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{c T_{\perp}}{e} \frac{\partial(r^{\alpha} n_h, r^{-\alpha} n_c^{-1})}{\partial(r, z)}. \quad (5)$$

Здесь $\alpha = (T_{\perp} - T_{\parallel})/T_{\perp}$, температуры, как и ранее, считаются постоянными. Видно, что и в этом случае после быстрого установления функциональной связи между $n_h r^{\alpha}$ и $r^{\alpha-1} n_c$ генерация магнитного поля также переходит в нелинейную динамику, вызывающую в конечном счете "филаментацию" H за счет опрокидывания, но эта динамика (если только $T_{\parallel} \neq 0$ уже не является чисто сносовой, и при радиальном движении магнитное поле может вспастать.

Таким образом, учет двухкомпонентности электронной жидкости приводит к существенному изменению картины генерации поля. Похожий на рассмотренный эффект был отмечен в численном эксперименте ⁹, однако приведенное там аналитическое обоснование основывалось на неправильном применении параметра n_h/n_c . В заключение укажем, что отказ от предположения $T_c = 0$ оставляет в силе все полученные результаты с точностью до переобозначения $T \rightarrow T_h$ в формулах (2) – (5), даже если $n_c T_c \gtrsim n_h T_h$.

Литература

1. Большов А.А., Дрейзин Ю.А., Дыхне А.М. Письма в ЖЭТФ, 1974, 19, 288.
2. Рудаков Л.И. Физика плазмы, 1978, 4, 72.
3. Алиев Ю.М., Быченков В.Ю., Фролов А.А. Физика плазмы, 1982, 8, 125.
4. Кингсеп А.С., Рудаков Л.И., Чукбар К.В. ДАН СССР, 1982, 262, 1131.
5. Гордеев А.В., Рудаков Л.И., Шуваев В.Ю. ЖЭТФ, 1983, 85, 155.
6. Чернов А.А., Яньков В.В. Физика плазмы, 1982, 8, 931.
7. Мохов Ю.В., Кингсеп А.С., Чукбар К.В. Физика плазмы, 1984, 10, №4.
8. Волков Т.Ф. Сб.: Вопросы теории плазмы (под ред. Леонтовича М.А.). М.: Атомиздат, 1964, вып. 1, с.3.
9. Yabe T., Mima K., Sugiyama T., Yoshikawa K. Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 242.