Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 3, стр. 116 – 118 *10 февраля 1985 г.*

ГИГАНТСКОЕ СТИМУЛИРОВАНИЕ ТУННЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ПОЛЕМ

Б.И.Ивлев, В.И.Мельников

Вычислена линейная по амплитуде поля $\mathcal{E}\cos\Omega t$ поправка к показателю туннельной экспоненты для квазиклассических потенциалов. В интервале частот $V \gg \Omega \gg \omega$ (V – амплитуда потенциала, ω – частота колебаний в перевернутом потенциале) эффективное поле, определяющее прозрачность барьера, экспоненциально усилено в сравнении с $\mathcal{E}$, так что $\mathcal{E}_{eff} \sim \mathcal{E}\exp(\Omega\tau_s)$, где $\tau_s \sim \omega^{-1}$.

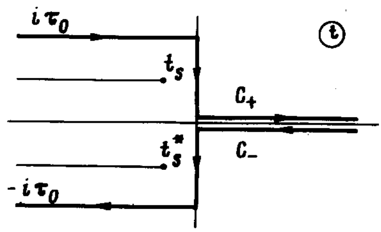
Квазиклассическое описание туннелирования в терминах траекторий, удовлетворяющих уравнению Ньютона, с необходимостью приводит к понятию движения во мнимом времени, что составляет основу метода комплексных классических траекторий [1]. Мы обсудим эффекты движения во мнимом времени применительно к влиянию на туннелирование через квазиклассический потенциальный барьер переменного поля $\mathcal{E}\cos\Omega t$.

Во мнимом времени $t = i\tau$ поле имеет вид $\mathcal{E}\,\mathrm{ch}\,\Omega\tau$, так что вклад поля в классически запрещенные процессы типа туннелирования определяется не амплитудой поля $\mathcal{E}$, а величиной $\mathcal{E}\,\mathrm{ch}\,\Omega\tau_s$, где τ_s – расстояние от действительной оси до особой точки траектории $x(t)$. Для квазиклассических потенциалов выполнено условие $V \gg \omega$, где V – амплитуда потенциала, ω – характерная частота подбарьерного движения. Тогда $\tau_s \sim \omega$, и в широком диапазоне частот $V \gg \Omega \gg \omega$ эффективная амплитуда переменного поля, от которой зависит коэффициент прозрачности, экспоненциально велика по сравнению с $\mathcal{E}$, а именно, $\mathcal{E}_{eff} \sim \mathcal{E}\exp\Omega\tau_s$. Величина $\mathcal{E}_{eff}$ в свою очередь фигурирует в показателе экспоненты, почему и можно отнести рассматриваемый эффект к разряду гигантских. Ниже изложена общая постановка задачи. Конечный результат работы состоит в вычислении линейной по $\mathcal{E}$ поправки к показателю туннельной экспоненты для определенного класса потенциалов.

Как известно, волновые функции можно искать с экспоненциальной точностью в виде $\psi(x, t) = \exp[iS(x, t)]$, где $S(x, t)$ – классическое действие, а x и t лежат на классической траектории движения частицы, которая находится из уравнения

$$md^2x/dt^2 = -dV/dx + \mathcal{E}\cos\Omega t. \tag{1}$$

Будем считать частицу падающей на барьер слева. Поскольку не существует классической траектории, соединяющей точки с вещественными координатами X_-, t_- ($X_- < 0$) и X_+, t_+ ($X_+ > 0$), то будем рассматривать решения уравнения (1) на контуре C_+ в плоскости комплексной переменной t (см. рисунок). На симметричном контуре C_- имеем $x(t^*) = x^*(t)$. Далеко справа на $C_\pm$ величины x и t вещественны и $x > 0$. Решение (1) зависит от двух произвольных вещественных параметров. Поскольку мы считаем переменное поле адиабатически выключающимся при $t \to -\infty$, то выберем один из них так, чтобы при $t \to -\infty$ была бы задана полная энергия $E = m(dx/dt)^2/2 + V(x)$. Далеко слева на плоскости t контуры идут параллельно вещественной оси на расстояниях $\pm i\tau_0$ от нее. Величина τ_0 определяется из решения уравнения (1) так, чтобы далеко слева на $C_\pm$ координата x была бы вещественна и отрицательна. Второй свободный параметр задает время начала движения $x(t_- \pm i\tau_0) = X_-$.



Волновая функция на левом далеком участке контура C_+, где $\mathcal{E}(t) = 0$, связана с волновой функцией от вещественных аргументов $\psi(X_-, t_-)$ соотношением

$$\psi(X_-, t_- + i\tau_0) = \psi(X_-, t_-)\exp(E\tau_0).$$

С учетом этого для вероятности туннелирования получим

$$D = \exp(-A); \qquad A = -i\int_{C_+ + C_-} L\,dt,$$

где лагранжиан имеет тот же вид, что и в [2]:

$$L = \frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - V(x) + \mathcal{E}x\cos\Omega t + E.$$

При конкретных вычислениях может оказаться удобным сместить путь интегрирования далеко влево, где $\mathcal{E}(t) = 0$, с учетом зацепления контура за особые точки функции $x(t)$.

Вычислим линейную по амплитуде переменного поля поправку к показателю туннельной экспоненты. С учетом экстремальности действия эта поправка имеет вид

$$A_1 = -i\mathcal{E}\int_{C_+ + C_-} x(t)\cos(\Omega t)dt, \tag{2}$$

где $x(t)$ – классическая траектория в отсутствие переменного поля. Для вещественного $x(t)$ изменение t при движении вдоль траектории соответствует контуру C_+ на рисунке. Подбарьерное движение между точками поворота x_+ и x_- отвечает вертикальному участку контура. Движение при $x > x_+$ соответствует вещественному времени, а движение левее x_- отвечает горизонтальной прямой, отстоящей от вещественной оси на величину τ_0 – время подбарьерного движения.

Указанный вид траектории соответствует потенциалу $V(x)$ типа горба. Особенности аналитической функции $x(t)$ связаны с особенностями потенциала $V(x)$ в комплексной плоскости x. Рассмотрим ниже такие барьеры, когда $V(x)$ имеет степенные особенности в некоторых точках x_s, x_s^*, обращаясь там в бесконечность,

$$V(x) \simeq \kappa(x - x_s)^\alpha, \qquad x \to x_s.$$

Здесь $\alpha < 0$. Сюда же относятся и особенности типа $V \simeq \kappa x^\alpha$ при $x \to \infty$ и $\alpha > 0$. Вблизи x_s имеем

$$x(t) \simeq x_s + [-\kappa(2-\alpha)^2(t - t_s)^2/2m]^{1/(2-\alpha)},$$

где t_s есть комплексное время движения от x_+ до x_s :

$$t_s = (m/2)^{1/2} \int_{x_+}^{x_s} (E - V(x))^{-1/2}\, dx .$$

По порядку величины $\tau_s \equiv \mathrm{Im}\, t_s$ совпадает с τ_0 и обратной частотой подбарьерного движения ω. В пределе больших частот переменного поля $\Omega \gg \omega$ вклад в интеграл (2) вносят в основном малые участки разрезов вблизи особых точек t_s и t_s^*. Для коэффициента прозрачности в итоге получим

$$D(\mathcal{E}) = D(0) \exp\left\{ \frac{2\pi\mathcal{E}}{\Omega} \exp(\Omega \tau_s) \left| \Gamma\left(\frac{2}{\alpha - 2}\right)\right|^{-1} \left(\frac{|\kappa|(2-\alpha)^2}{2m\Omega^2}\right)^{1/(2-\alpha)} \right\}. \qquad (3)$$

Стоящий рядом с $\mathcal{E}$ множитель $\cos(\Omega t + \varphi_0)$, где t – момент подлета частицы к барьеру, заменен на 1 или -1 с тем, чтобы получить максимальное значение коэффициента прозрачности. В общем случае усреднение по периоду отвечает замене в (3) внешней функции $\exp(z)$ на функцию Бесселя $I_0(z)$.

Отметим, что наше рассмотрение предполагает наличие в невозмущенной задаче параметра ω, характеризующего частоту внутреннего движения. Напротив, при многофотонной ионизации атома [3] величина, аналогичная τ_s в (3), сама определяется амплитудой переменного поля.

В частном случае потенциала $V(x) = V/\mathrm{ch}^2(x/a)$ имеем $x_s = -i\pi a/2$, $\kappa = -Va^2$, $\alpha = -2$, $\tau_s = \pi a(m/8E)^{1/2}$ и выражение (3) приобретает вид

$$D(\mathcal{E}) = D(0)\exp\left[\frac{2\mathcal{E}}{\Omega}\left(\frac{\pi^2 Va^2}{2m\Omega^2}\right)^{1/4} \exp(\Omega\tau_s)\right] . \qquad (4)$$

Следует ожидать, что решение классической задачи при конечной амплитуде переменного поля даст критическое значение поля $\mathcal{E}_c(\Omega)$, при котором прозрачность барьера станет порядка единицы. Важно, что при $\Omega \gg \omega$ величина $\mathcal{E}_c$ будет экспоненциально мала по сравнению с характерным полем в барьере $\sim \partial V/\partial x$.

Выражение, аналогичное (4), будет справедливо и для коэффициента надбарьерного отражения частицы.

Одним из примеров проявления рассмотренного эффекта может быть ускорение туннельных химических реакций высокочастотным полем. В этом случае типичное значение параметра квазиклассичности $V/\omega \sim 10$ [4]. Характерные частоты переменного поля с учетом условия $\Omega \lesssim V$ должны составлять тогда $\Omega \sim 10^{15}\ \mathrm{c}^{-1}$.

Авторы благодарят А.И.Ларкина и Ю.Н.Овчинникова за полезные обсуждения.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика, М.: Наука, 1974.
2. *Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971.
3. *Келдыш Л.В.* ЖЭТФ, 1964, **47**, 1945.
4. *Замараев К.И., Хайрутдинов Р.Ф.* Успехи химии, 1978, **47**, 992.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3 января 1985 г.