Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 3, стр. 122 – 125 10 февраля 1985 г.

САМОСОГЛАСОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ МАГНИТНОЙ МАССЫ ГЛЮОНА

О.К.Калашников

Получено уравнение для магнитной массы глюона, учитывающее весь ряд непертурбативных диаграмм для поляризационного оператора. Четырехглюонная вершина самосогласованно исключена, а схема вычислений замыкается выбором непертурбативной аппроксимации трехглюонной вершины. Для квадрата магнитной массы глюона предсказывается $g^4 T^2 \ln(\mu/g^2 T)$-поведение.

Магнитная масса глюона (обратный инфракрасный радиус обрезания эффективного глюомагнитного взаимодействия) является весьма интересным объектом теоретических изысканий в КХД. Ее исследование непосредственно связано с изучением инфракрасной проблемы при $T \neq 0$ в теории неабелевых калибровочных полей и требует существенного выхода за традиционные рамки теории возмущений. Но методы непертурбативного счета для КХД при $T \neq 0$ пока только создаются [1, 2] и не имеют систематических алгоритмов. Их конструкции ограничиваются изучением простейших возможностей и в значительной степени являются эвристическими. Сегодня лишь доказано [3, 4], что однопетлевая непертурбативная магнитная масса глюона равна нулю строго и этот результат калибровочно-независим, во всяком случае, в классе аксиальных калибровок. Однако неизвестна его модификация при учете двухпетлевых непертурбативных диаграмм поляризационного оператора, которые вместе с однопетлевыми диаграммами исчерпывают полный набор диаграмм теории возмущений. В этом смысле ситуацию нельзя считать удовлетворительной и развитие более совершенных методов непертурбативного счета является задачей первостепенной важности. Нерешенная проблема таких вычислений связана с трудностью построения корректных непертурбативных аппроксимаций для вершинных функций теории (как трехглюонной, так и четырехглюонной вершины) и со сложностью возникающих выражений. Однако ряд продвижений все же возможен. В частности, для некоторых схем непертурбативного счета четырехглюонная вершина может быть самосогласованно исключена, а схема вычислений, исчерпывающая полный набор диаграмм теории возмущений замкнута с использованием только непертурбативной аппроксимации для трехглюонной вершины.

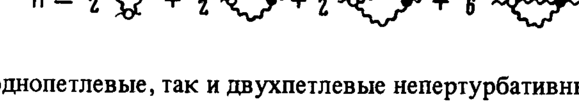
Непертурбативные вычисления строятся в аксиальной калибровке, которая для неабелевой теории калибровочных полей выделена простым видом тождеств Славнова – Тейлора

$$r_\mu \Gamma_3(r,p,q)^{abf}_{\mu\nu\gamma} = igf^{abf}\{D^{-1}_{\nu\gamma}(p) - D^{-1}_{\nu\gamma}(q)\},$$

$$r_\mu \Gamma_4(r,p,q,t)^{abcf}_{\mu\nu\gamma\lambda} = ig\,\{f^{acb}\,\Gamma_3(t,p,-t-p)^{fdb}_{\lambda\nu\gamma} + f^{adb}\Gamma_3(t,q,-t-q)^{fcb}_{\lambda\gamma\nu} +$$

$$+ f^{afb}\,\Gamma_3(p,q,-p-q)^{dcb}_{\nu\gamma\lambda}\} \qquad (1)$$

и, благодаря отсутствию распространяющихся фиктивных частиц, допускает замыкание самосогласованных вычислений на непертурбативных диаграммах одного топологического вида. В КХД точное диаграммное представление для поляризационного оператора



(2)

содержит как однопетлевые, так и двухпетлевые непертурбативные диаграммы, каждый класс из которых в любой аксиальной калибровке можно рассматривать независимо. Простые схемы непертурбативных вычислений магнитной массы глюона, выполненные в $A_4 = 0$

калибровке [3, 4], имели дело только с однопетлевыми непертурбативными диаграммами, полностью не учитывая две последние диаграммы в (2). Аппроксимация трехглюонной вершины, определенная через структурные функции $G(k)$ и $F(k)$ точного глюонного пропагатора [1, 5]

$$D_{ij}(k) = \frac{1}{k^2+G}\left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}\right) + \frac{1}{k^2+F}\frac{k^2}{k_4^2}\frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}, \tag{3}$$

выбиралась совпадающей с точной асимптотикой $\Gamma_3(r, p, q)$

$$\Gamma_3(0, -p, p)^{abc}_{eji} = igf^{abc}\frac{\partial D^{-1}_{ij}(p)}{\partial p_e} \tag{4}$$

и удовлетворяла первому тождеству (1). Результат этих вычислений

$$m^2_{mag} = 0 \tag{5}$$

в классе аксиальных калибровок не зависит от фиксации их явного вида и для рассмотренного непертурбативного приближения претендует быть строгим.

Учет двухпетлевых непертурбативных диаграмм ряда (2) требует аппроксимации четырехглюонной вершины. Последняя должна быть согласована с тождествами (1) и построена в терминах функций $F(k)$ и $G(k)$, определяющих (3). Требуется также ее точное совпадение с первыми порядками теории возмущений и, по возможности, эффективное суммирование всех других, оставшихся для нее, непертурбативных диаграмм. Для единственности аппроксимации этих требований, конечно, недостаточно и аппроксимация четырехглюонной вершины, которая здесь предлагается

$$\Gamma_4(p, q, r, 0)^{acdf}_{\mu\nu\gamma\rho} = \delta(p+q+r)\left\{(-igf^{dfb})\frac{\partial\Gamma_3(p, q, r)^{acb}_{\mu\nu\gamma}}{\partial r_\rho} + \right.$$
$$\left. + (-igf^{cfb})\frac{\partial\Gamma_3(p, q, r)^{abd}_{\mu\nu\gamma}}{\partial q_\rho} + (-igf^{afb})\frac{\partial\Gamma_3(p, q, r)^{bcd}_{\mu\nu\gamma}}{\partial p_\rho}\right\} \tag{6}$$

есть простейшая ее непертурбативная реализация. Но для самосогласованных вычислений магнитной массы глюона, где задача ставится получить значение этой величины в первом неисчезающем приближении (или доказать строгий нуль) использование аппроксимации (6) полезно, чтобы в полной мере оценить сложность и громоздкость предстоящих вычислений.

Магнитная масса глюона определяется инфракрасным пределом ($p_4 = 0, |\mathbf{p}| \to 0$) диаграммного ряда (2)

$$m^2_{mag} = G(0,0) = \frac{1}{2}\sum_i \Pi_{ii}(0,0) \tag{7}$$

все диаграммы которого, с учетом (6), теперь суммируются полностью. Уравнение для магнитной массы глюона

$$m^2_{mag}\,\delta^{f,h} = \frac{1}{4}\sum_i\frac{1}{\beta^2}\sum_{p_4, q_4, r_4}(2\pi)^3\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\frac{d^3r}{(2\pi)^3}\delta^{(4)}(p+q+r)\Gamma_4^{(0)}(0, r, q, p)^{fdcb}_{iksn} *$$
$$* D_{sg}(q)D_{kt}(r)(igf^{bah})\frac{\partial}{\partial p_i}[D_{nm}(p)\Gamma_3(-p, -q, -r)^{acd}_{mgt}] \tag{8}$$

возникает как результат простых алгебраических преобразований и фиксируется непертурбативной трехглюонной вершиной, взятой при произвольных импульсах. В калибровке $A_4 = 0$, эта схема самосогласованных вычислений представляет особый интерес, так как нужное непертурбативное выражение для трехглюонной вершины уже построено [4] и решение уравнения (8) возможно методами стандартного счета. Использование известного выражения для затравочной четырехглюонной вершины (за счет суммирования по групповым индексам) упрощает уравнение (8)

$$m^2_{mag} = \frac{3g^4 N^2}{4\beta^2} \sum_{p_4, q_4, r_4} (2\pi)^3 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{d^3r}{(2\pi)^3} \delta^{(4)}(p+q+r) \, *$$

$$* \; D_{ns}(q) D_{it}(r) \frac{\partial}{\partial p_i} [D_{nm}(p) \Gamma_3(-p,-q,-r)_{mst}] \qquad (9)$$

и в таком виде оно представляет основной результат этой работы. При выводе (9) использованы простые соотношения для структурных констант $SU(N)$-групп F^h_{ac} $(= if^{ahc})$

$$\mathrm{Tr}(F^a F^b) = N\delta^{ab}, \quad \mathrm{Tr}(F^a F^b F^c) = \frac{N}{2} F^b_{ac} \qquad (10)$$

и стандартное переопределение трехглюонной вершины

$$\Gamma_3(p,q,r)^{abc}_{mst} = (-igf^{abc})\Gamma_3(p,q,r)_{mst} . \qquad (11)$$

Вид решения уравнения (9) можно установить итерациями, если регуляризовать инфракрасные расходимости интегралов в (9) обрезанием на импульсах порядка g^2T. Такое обрезание является следствием предположения, что $m^2_{mag} \neq 0$ и самосогласовано в ведущей асимптотике. Непертурбативная процедура решения уравнения (9), использующая точные пропагаторы и вершинные функции, не требует дополнительной инфракрасной регуляризации, но является чрезвычайно громоздкой и выходит за рамки этой статьи. Здесь приведен результат нулевой итерации уравнения (9), которая эквивалентна вычислению m^2_{mag} методом стандартной теории возмущений в порядке g^4. Ненулевой вклад для m^2_{mag} дают две двухпетлевые диаграммы нулевой итерации поляризационного оператора (2) порядка g^4

$-m^2_{mag} = \frac{1}{12}$  $+ \frac{1}{4}$  , (12)

которые должны вычисляться с использованием затравочных пропагаторов и вершин

$$D^{(0)}_{ij}(k) = \frac{1}{k^2}\left(\delta_{ij} + \frac{k_i k_j}{k_4^2}\right),$$

$$\Gamma^{(0)}(-p,-q,-r)_{mst} = [\delta_{mt}(p-r)_s + \delta_{sm}(q-p)_t + \delta_{st}(r-q)_m] . \qquad (13)$$

Остальные двухпетлевые диаграммы стандартной теории возмущений, согласно (5), не дают вклада в m^2_{mag} и поэтому опущены в (12). Непосредственные вычисления диаграмм связаны с громоздкими алгебраическими преобразованиями и подразумевают использование характерной для аксиальной калибровки $A_4 = 0$ регуляризации особенностей $(1/k_4^2)^n$. После регуляризации этих особенностей, все суммы по k_4 заменяются одним членом суммы с $k_4 = 0$ и возникшие трехмерные интегралы вычисляются введением дополнительного ультрафиолетового обрезания на импульсах порядка μ. Результат вычислений неаналитически зависит от g^2T

$$m^2_{mag} = \chi^2 g^4 T^2 \ln(\mu/g^2 T), \tag{14}$$

но величина коэффициента χ^2 однозначно не определяется, так как зависит от выбора параметров регуляризации. Однако важно, что $\chi^2 \neq 0$ и поэтому результат (14) отличается от результатов других работ [6, 7], где ведущая асимптотика для m^2_{mag} пропорциональная g^4T^2. Полученный ранее результат $(m^2_{mag} = 0)$ непертурбативного однопетлевого счета [3, 4], естественно, результату (14) не противоречит и учтен при выводе уравнения (9). Непертурбативное решение уравнения (9) должно подтвердить результат (14) и позволит вычислить коэффициент χ^2.

В заключение автор пользуется случаем поблагодарить Е.С.Фрадкина за ценные советы и интерес к работе.

Литература

1. *Kajantie K., Kapusta J.* Phys. Lett., 1982, **110B**, 299 ; *Kajantie K., Kapusta J.* Preprint TH3284-CERN (April 1982).
2. *Kalashnikov O.K., Klimov V.V., Casado E.* Fortschr. der Physik, 1983, **31**, **613**.
3. *Furusawa T. Kikkawa K.* Phys. Lett., 1983, **128B**, 218.
4. *Калашников О.К.* Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, 337.
5. *Фрадкин Е.С.* Труды ФИАН, 1965, **29**, 7.
6. *Gross D.J., Pisarski R.D., Yaffe L.G.* Rev. Mod. Phys. 1981, **53**, 43.
7. *Linde A.D.* Phys. Lett., 1980, **96B**, 289; *Калашников О.К.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 173.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 декабря 1984 г