

Письма в ЖЭТФ, том 9, стр. 468–472

20 апреля 1969 г.

О НЕЛИНЕЙНОМ РАССЕЯНИИ ИОННО-ЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ЭЛЕКТРОНАХ

В.Л.Сизоненко, К.Н.Степанов

Развитие ионно-звуковой неустойчивости плазмы при движении электронов относительно ионов ограничивается нелинейным взаимодействием этих волн. В настоящей работе рассматривается нелинейное рассеяние ионно-звуковых колебаний на электронах в плазме, находящейся во внешнем электрическом поле с напряженностью, значительно меньшей критического поля ($E \ll E_{кр}$).

Показано, что рассеяние ионно-звуковых колебаний на электронах значительно сильнее, чем на ионах, даны оценки уровня турбулентных

ионно-звуковых пульсаций и турбулентной силы трения, действующей на электроны (и ионы) и ответственной за появление аномального сопротивления в плазме, которая может быть порядка и больше сопротивления за счет кулоновских столкновений.

Нелинейное дисперсионное уравнение для интенсивности ионно-звуковых колебаний $I_k = |\phi_k|^2$ имеет вид [1]

$$\epsilon(k, \omega) I_k = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dk' U_{k, k'} I_{k'} I_{k-k'}, \quad (1)$$

где

$$U_{k, k'} = \frac{4\pi e^4 (kk')}{m_e^3 k^2} \left\{ [(kk'')] \frac{\partial^2}{\partial \omega \partial \omega''} - k^2 \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} \right\} \times \\ \times \int \frac{(k' \partial f_0 / \partial v) dv}{(\omega - kv)(\omega' - k'v)(\omega'' - k''v)} - \left[\frac{1}{3} (kk') \frac{\partial^3}{\partial \omega^3} + \frac{1}{2} k^2 \frac{\partial^3}{\partial \omega^2 \partial \omega''} \right] \times \\ \times \int \frac{(k \partial f_0 / \partial v) dv}{(\omega - kv)(\omega'' - k''v)}, \quad (2)$$

$$\omega = \omega_k + i0, \quad \omega' = \omega_k - i0, \quad \omega'' = \omega_k - \omega_{k'} + i0, \quad k'' = k - k',$$

$$\omega_k = \frac{kv_s}{(1 + k^2 r_d^2)^{1/2}}, \quad v_s = \left(\frac{T_e}{m_i} \right)^{1/2}, \quad r_d = \left(\frac{T_e}{4\pi e^2 n_0} \right)^{1/2} = \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}}.$$

Так как ионно-звуковые колебания имеют нераспадный спектр, то в правой части уравнения (1) отброшены распадные слагаемые и, кроме того, слагаемое, пропорциональное $v_{k, k''} v_{k'', k}$ (см. [1]), которое в рассматриваемом случае малой токовой скорости u в $v_{Te}/u \gg 1$ раз меньше $U_{k, k'}$.

К уравнению (1) следует добавить кинетическое уравнение для усредненной функции распределения электронов $f_0(v, t)$ с учетом интеграла столкновений и рассеяния электронов на волнах.

Оценим величину $U_{k, k'}$, считая для простоты, что f_0 имеет вид сдвинутого на величину u распределения Максвелла. Если $u \sim v_s$, $k \sim k'$ и угол θ между k и k' не близок к нулю ($\theta \sim 1$), то $U_{k, k'}$ в $(m_i/m_e)^2$ раз меньше величины $U_{k, k'}$ при $\theta \lesssim (m_e/m_i)^{1/2}$ и поэтому вкладом в интеграл (1) области, где $\theta \sim 1$, можно пренебречь. При $\theta \lesssim (m_e/m_i)^{1/2}$, $k \sim k' \sim 1/r_d$ и $u \gtrsim v_s$ по порядку величины по-

лучим¹⁾

$$U_{k,k'} \sim \frac{1}{2} \omega^2 m_i v_s u k^2 r_d^2 / (m_e v_{Te} v_s)^3. \quad (3)$$

Так как

$$\epsilon l_k = \frac{i}{2} \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \left(\frac{\partial l_k}{\partial t} - 2\gamma_L l_k \right),$$

где $\gamma_L = \gamma_e - \gamma_i$ — линейный инкремент нарастания, γ_e — инкремент нарастания на электронах, γ_i — декремент затухания на ионах, то для установившегося состояния получаем из (1), что

$$i \gamma_L \partial \epsilon / \partial \omega + \int U_{k,k'} l_k \cdot dk' = 0.$$

Отсюда находим, используя (3), что энергия ионно-звуковых колебаний равна

$$W = \frac{1}{8\pi} \int \omega \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} k^2 l_k dk \sim \frac{m_e}{m_i} n_0 T_e \quad (u \gg v_s). \quad (4)$$

Обычно учитываемое рассеяние на ионах [1-3] дает значительно большее значение для W :

$$W/n_0 T_e \sim (u/v_{Te})(T_e/T_i). \quad (5)$$

Это означает, что главную роль в ограничении роста ионно-звуковой неустойчивости играет рассеяние колебаний на электронах, а рассеянием на ионах можно пренебречь.

Токовая скорость электронов определяется из уравнений движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{e}{m_e} E - (\nu_{ст} + \nu_{турб})u, \quad (6)$$

где $\nu_{ст}$ — величина порядка частоты столкновений электронов с ионами, а $m_e \nu_{турб} u$ — сила трения, действующая на электроны со стороны ионно-звуковых колебаний,

$$\nu_{турб} = \frac{e^2}{4\pi^3 m_e^2 v_{Te}^2 u^2 v_s} \int dk \frac{k u}{k} (1 + k^2 r_d^2)^{3/2} \gamma_e l_k. \quad (7)$$

По порядку величины с учетом (4) получаем

$$\nu_{турб} = \alpha (m_e/m_i) \omega_{pe} \quad (\alpha \sim 1). \quad (8)$$

1) Устранение сингулярностей в интегралах по скоростям (2) проводится методом, изложенным в работе [1].

Рассеяние электронов на ионно-звуковых колебаниях будет приводить к искажению функции распределения электронов, в частности к их нагреву [7]. В рассматриваемом случае трехмерных колебаний функция f_0 изменяется в широком интервале скоростей $\Delta v_{x,y,z} \sim v_{Te}$. Время нагрева $\tau = v_{Te}^2 / D$ (где D — коэффициент квазилинейной диффузии в пространстве скоростей) оказывается при $v_{ст} < v_{турб}$ с учетом формулы (4) порядка $\tau \sim v_{Te}^2 / u^2 v_{турб}$.

Появление аномального сопротивления плазмы при $u < v_{Te}$, которое было впервые обнаружено в прямолинейном газовом разряде [8] и недавно в тороидальных разрядах [4–6,10], можно связать с развитием ионно-звуковой неустойчивости.

Данные опытов [4,8,10] согласуются с приведенными выше оценками. Например, в экспериментах на гелиевом разряде в стеллараторе "Сириус" имеем $H_0 = 10 \text{ кэ}$, $n_0 = 4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $j = 100 \text{ а/см}^2$, $T_e = 104 \text{ эв}$ (температура измерялась по диамагнитному сигналу), $E/E_{кр} = 0,06$ и $v_{эксп}/v_{ст} \sim 5$, откуда получаем, что $u = 1,5 \cdot 10^7 \text{ см/сек}$, $v_s = 6 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$, $v_{ст} \sim 2 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ и $v_{турб} \sim 2 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}$, так что $v_{турб}/v_{ст} \sim 10$, при этом плазму можно считать незамагниченной ($\omega_{pe}^2 / \omega_{He}^2 = 4$).

В экспериментах [5,6] $\omega_{pe} < \omega_{He}$, и поэтому полученные выше оценки W и $v_{турб}$ требуют уточнения. В сильно замагниченной плазме ($\omega_{pe} \ll \omega_{He}$, $k^* v_{Te} \ll \omega_{He}$, где k^* — максимальное значение волнового вектора, при котором колебания становятся устойчивыми), движение электронов является одномерным. В этом случае матричный элемент $U_{k,k'}$ равен по порядку величины (3) даже при $\theta \approx 1$. Поэтому уровень шумов и величина турбулентной силы трения снижаются по сравнению с формулами (4) и (7) в m_i/m_e раз, так что $v_{турб} \sim (m_e/m_i)^2 \omega_{pe}$. В этом случае, однако, необходимо при $u \sim v_s$ учитывать эффект образования "плато" на функции распределения [9].

В умеренно замагниченной плазме ($\omega_{pe} \sim \omega_{He}$) величина $v_{турб}$ должна лежать в пределах $(m_e/m_i)^2 \omega_{pe} < v_{турб} < (m_e/m_i) \omega_{pe}$. Значения эффективной частоты столкновений $v_{эксп}$, вычисленные из измерений проводимости для данных по "Токамаку" Т-3 [6] и стелларатору С [5], лежат в этих пределах.

Выражаем благодарность Б.Б.Кадомцеву и С.В.Пелетминскому за обсуждение работы и ценные советы.

Физико-технический институт
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
4 февраля 1969 г.

Литература

- [1] Б.Б.Кадомцев. Сб. Вопросы теории плазмы, вып.4, М., Атомиздат, 1964, стр.188.
 - [2] В.П.Цытович. Нелинейные эффекты в плазме. М., Изд. Наука, 1967.
 - [3] R.Z.Sagdeev, A.A.Galeev. Lectures on non-linear theorie of plasma, Trieste, September, 1966.
 - [4] П.Я.Бурченко и др. Третья конференция по исследованиям в области физики плазмы и управляемых термоядерных реакций. Новосибирск, 1-7 августа 1968 г. Доклад CN- 24/Д-6.
 - [5] I.G.Brown et al. Там же. Доклад CN- 24/Д-3.
 - [6] Л.А.Арцимович и др. Там же. Доклад CN- 24/Д-1.
 - [7] Л.И.Рудаков, Л.В.Кораблев. ЖЭТФ, 50, 220, 1966.
 - [8] В.А.Супруненко, Е.А.Сухомлин, Е.Д.Волков, Н.И.Руднев. ЖТФ, 31, 1057, 1961.
 - [9] Б.Б.Кадомцев, О.П.Погуце. ЖЭТФ, 53, 2025, 1968.
 - [10] Б.А.Демидов, Н.И.Елагин, С.Д.Фанченко. ДАН СССР, 174, 327, 1967.
 - [11] В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский, А.А.Яценко. К теории неравновесных процессов в статистической механике II, ИТФ-68-4, Киев, 1968.
-