*Письма в ЖЭТФ, том 9, стр. 480–483* *20 апреля 1969 г.*

# ЭЛЕКТРОЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

*В.И.Карпман*

В настоящей работе рассматривается нелинейный механизм проникновения поперечного электромагнитного поля в плазму с отрицательной диэлектрической проницаемостью

$$\epsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2, \qquad \omega_0^2 = 4\pi nc^2/m_c. \tag{1}$$

Согласно линейной теории электромагнитная волна с частотой, меньшей плазменной частоты $\omega_0$, может проникать в такую плазму лишь на глубину порядка размера скин-слоя $\mu^{-1}$, где

$$\mu^2 = (\omega_0^2 - \omega^2)/c^2. \tag{2}$$

Нелинейное изменение плотности плазмы под действием сил радиационного давления приводит к возможности распространения в плазме волн разрежения плотности, заполненных запертым в них высокочастотным электромагнитным полем с $\omega < \omega_0$; такие волны мы называем электрозвуковыми [1].

Основные уравнения для электрозвуковых волн малой (но конечной) амплитуды $E$ вблизи порога $(\omega_0 - \omega << \omega_0)$ имеют вид [1]

$$2i\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{c^2}{\omega_i}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \omega_0(\nu + \gamma^2)E(x,t) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \nu(x,t)}{\partial t^2} - c_s^2\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} = c_s^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{|E|^2}{E_c^2}\right), \tag{3}$$

где напряженность электрического поля $\mathcal{E}$ связана с комплексной амплитудой $E$ соотношением $\mathcal{E} = \mathrm{Re}\{E(x, t)e^{-i\omega t}$ и

$$\nu = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad \gamma^2 = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2}, \quad E_c^2 = 16\pi\rho_0 c_s^2, \qquad (4)$$

$\rho(x, t)$ – плотность плазмы, $\rho_0$ – невозмущенная плотность, $c_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ – скорость ионного звука в плазме, которая предполагается сильно неизотермической $(T_e >> T_i)$. Предполагается также, что

$$\nu << 1, \quad |E|^2 << \gamma^2 E_c^2, \quad c_s/c << \gamma. \qquad (5)$$

При этих условиях получаются следующие результаты.

1. Если на границу плазмы (которую нам будет удобно считать находящейся при $x = -\infty$) падает (в течение конечного интервала времени $t_1 < t < t_2$) электромагнитная волна

$$\mathcal{E}_e = E_e(t)\cos\omega(t - \frac{x}{c}), \qquad (6)$$

то поле в плазме на ее границе имеет вид

$$E(-\infty, t) \approx 2E_e(t), \qquad (7)$$

а полная энергия, оставшаяся в плазме после прекращения действия внешнего поля $(t > t_2)$, равна

$$W \approx \frac{c_s}{8\pi}\int_{t_1}^{t_2} dt E^2(-\infty, t) \approx \frac{c_s}{2\pi}\int_{t_1}^{t_2} dt E_e^2(t). \qquad (8)$$

При этом фазовый множитель в выражении для поля $\mathcal{E}(x,t)$ всегда можно выбрать таким образом, что амплитуда $E(x,t)$ с точностью до членов порядка $c_s/\gamma c$ будет вещественной.

Плотность энергии электрозвуковой волны в плазме, согласно формуле (1,14) работы [1], равна $E^2(x,t)/8\pi$ (при условиях (5)). Поэтому из формулы (8) следует, что поток энергии в плазму равен (приближенно) плотности энергии на границе, умноженной на скорость звука $c_s$ (т.е. скорость электрозвуковых волн при условиях формулы (5) близка к скорости звука).

2. Рассмотрим теперь эволюцию электрозвуковой волны, образовавшейся в плазме при $t > t_2$. Пусть профиль амплитуды электрического поля в электрозвуковой волне при $t = t_0 >> t_2$ имеет вид

$$E(x, t) = f(x). \tag{9}$$

При этом оказывается, что имеют место соотношения

$$f(x) \approx \text{const}\, e^{-\mu|x|} \quad (x \to \pm\infty), \tag{10}$$

$$\frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = \frac{c_s}{2\pi}\int_{t_1}^{t_2} dt\, E_e^2(t)\, dt. \tag{11}$$

Приближенное (при условиях (5)) решение уравнений (3) имеет вид

$$E^2(x,t) = E_m^2 \frac{dr(\xi)}{d\xi} \operatorname{sech}^2 \{\mu[\frac{E_m^2 c_s}{4\gamma^2 E_c^2} t + r(\xi)]\}, \tag{12}$$

$$\nu = -\gamma^2 \operatorname{sech}^2 \{\mu \frac{E_m^2 c_s}{4\gamma^2 E_c^2} t + r(\xi)]\}, \tag{13}$$

$$r(\xi) = \frac{1}{2\mu} \ln [\frac{2E_m^2 - \mu \int_{\xi}^{\infty} f^2(\eta)d\eta}{\mu \int_{\xi}^{\infty} f^2(\eta)d\eta}] - \frac{E_m^2 c_s}{4\gamma^2 E_c^2} t_0, \tag{14}$$

$$\xi = x - c_s t,$$

$$E_m^2 = 2\mu c_s \int_{t_1}^{t_2} E_e^2(t)\, dt. \tag{15}$$

Функция $r(\xi)$ монотонно возрастает с увеличением $\xi$ и, согласно формуле (10), имеет следующую асимптотику при больших $\xi$.

$$r(\xi) \approx \xi, \qquad (\xi \to \pm\infty). \tag{16}$$

Из формул (16) и (12) следует, что электрозвуковая волна при больших $t$ описывается следующими предельными соотношениями

$$E(x,t) \to E_m \operatorname{sech}[\mu(x - Mc_s t)],$$

$$\nu(x,t) \to -\gamma^2 \operatorname{sech}^2[\mu(x - Mc_s t)], \qquad (t \to \infty) \qquad (17)$$

$$M = 1 - \frac{E_m^2}{4\gamma^2 E_c^2} \qquad (18)$$

Правые части формул (17) описывают, согласно работе [1], электрозвуковой солитон с амплитудой $E_m$ и числом Маха $M$, причем благодаря условиям формулы (5), число $M$ должно быть близким к единице. Таким образом, выражение (18) эквивалентно общему соотношению между числом Маха и амплитудой солитона, полученному в [1] (см. формулу (3,18) этой работы).

Итак, падающее на плазму излучение (6) образует в последней электрозвуковую волну, которая, при достаточно больших $t$, превращается в солитон с амплитудой, определяемой выражением (15).

Пользуюсь возможностью поблагодарить В.П.Соколова за полезные обсуждения рассмотренных вопросов.

Институт земного магнетизма
ионосферы и распространения радиоволн
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
25 февраля 1969 г.

## Литература

[1] В.Ц.Гурович, В.И.Карпман. ЖЭТФ, 56, № 5, 1969.