Письма в ЖЭТФ, том 9, стр. 483–487 *20 апреля 1969 г.*

О ВОЗМОЖНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ГАЛАКТИК В МОДЕЛИ ЛЕМЕТРА

А.В.Бялко

Классическое рассмотрение возмущений в бесконечной гравитирующей среде с постоянной плотностью ϵ и скоростью звука $v = \sqrt{dp/d\epsilon}$

приводит к критерию Джинса: экспоненциально растут возмущения с волновыми числами, меньшими граничного, джинсовского

$$k_j^2 = \frac{\kappa\epsilon}{2u^2} \qquad (1)$$

(κ – эйнштейновская гравитационная постоянная, скорость света $c=1$).

Релятивистский анализ Е.Лифшица открытой и закрытой моделей Вселенной [1] показывает, что при расширении возмущения растут не быстрее, чем степенным образом. Однако, как было показано автором [2] в модели Леметра с космологической постоянной Λ близкой к критической $\Lambda_c = a_c^{-2}$ около критического радиуса $a_c = \sqrt{2/\kappa\epsilon_c}$ (на плато) возмущения растут весьма быстро, причем их полный рост пропорционален $\Delta^{-1} = \Lambda_c/\Lambda - \Lambda_c \gg 1$.

Покажем теперь, что при этом также выполняется критерий Джинса. Будем считать скорость звука постоянной на плато и много меньшей скорости света $u \ll 1$ и интересоваться скалярными возмущениями, размер которых $l \sim a_c u$ чему соответствуют $n \gg 1$ (номера гармоник при разложении возмущений по 4-сферическим функциям $Q^{(n)}$). Тогда уравнения для функций Лифшица ξ и ζ будут иметь вид [2]:

$$\xi' + \xi\left(\frac{P'}{P} - \frac{2}{a}\right) = \frac{u^2\zeta}{2\sqrt{P}},$$
$$\zeta' + \frac{\zeta}{a} = -\frac{2n^2\xi}{\sqrt{P}}. \qquad (2)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по радиусу кривизны a;

$$P(a) = \frac{2}{3}a_c a - a^2 + \frac{\Lambda a^4}{3}.$$

Возмущения плотности выражаются через решения (2)

$$\frac{\delta\epsilon}{\epsilon} = -\frac{Q^{(n)}\sqrt{P}}{4a_c a}\zeta. \qquad (3)$$

Исключая из системы (2) функцию ξ и переходя к переменной

$$\eta = \int \frac{da}{\sqrt{P}},$$

получим уравнение

$$\ddot{\zeta} + \dot{\zeta}[2(\ln\dot{a})^{\cdot} - (\ln a)^{\cdot}] + \zeta[(nu)^2 + 3(\ln a)^{\cdot\cdot}] = 0. \qquad (4)$$

Точка означает дифференцирование по η.

Вблизи критического радиуса $|a - a_c| << a$ решение этого уравнения имеет вид:

$$\zeta = \mathrm{const}\,\frac{1}{\dot{a}}\begin{cases}\exp\{\pm\eta i\sqrt{(nu)^2 - 1}\} & \text{при } nu > 1\\ \exp\{\pm\eta\sqrt{1-(nu)^2}\} & \text{при } nu < 1\end{cases}. \qquad (5)$$

Соответственно возмущения плотности при $nu < 1$ будут иметь экспоненциально растущее решение

$$\frac{\delta\epsilon}{\epsilon} = \mathrm{const}\; Q^{(n)}\exp\{\eta\sqrt{1-(nu)^2}\}\;. \qquad (6)$$

При переходе к волновым векторам $k = n/a_c$ критерий $un < 1$ совпадает с джинсоновским (1). В рамках ньютоновской космологии для стационарной модели Эйнштейна это показал Боннор [3].

Полный рост на плато возмущений плотности можно оценить подставив $\eta \sim \ln\Delta^{-1}$ – время прохождения через плато, что дает

$$K_n = [\frac{\delta\epsilon}{\epsilon}(a > a_c)/\frac{\delta\epsilon}{\epsilon}(a < a_c)] \approx \Delta^{-\sqrt{1-(nu)^2}}. \qquad (7)$$

При $nu << 1$ это значение с точностью до коэффициента совпадает с полученным в [2] выражением для уравнения состояния $p = 0$. Предположим теперь, что Вселенная описывается моделью Леметра с $\Delta \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ (оценка Кардашева [4]) и что звезды образовались раньше галактик.

Найдем флуктуацию звездной плотности до образования галактик. Непосредственно после образования звезд можно считать выполненной квазизамкнутость подсистем, что дает $(\delta\epsilon/\epsilon)^{(0)} \sim 1/\sqrt{N}$. Здесь N – число звезд в флуктуации данного масштаба. Нас особенно интересуют флуктуации в объемах, содержащих галактическое число звезд $N \sim 10^{10} \div 10^{11}$. Это дает оценку начальных неоднородностей плотности галактических масштабов. При прохождении через плато эти флуктуации вырастут примерно в Δ^{-1} раз и станут, таким образом, порядка единицы. Здесь не был учтен линейный по радиусу кривизны рост на докритическом этапе, так что эта оценка реализуется с запасом.

При этом возмущения метрики также станут порядка единицы, а возмущения скоростей порядка скорости звука, которую следует оценивать по хаотическим скоростям звезд $u \sim 10^5 \div 10^6$ *см/сек*.

Размер возмущений можно оценить из критерия Джинса, приняв $a_c \sim 3 \cdot 10^{27}$ *см*

$$\ell \sim \frac{a_c}{n} \sim a_c u \sim 10^{23} \div 10^{24}\ \text{см},$$

что удовлетворительно согласуется с галактическими масштабами. Некоторое завышение размера разумно объяснить тем, что скорость звука могла заметно вырасти на нелинейном этапе образования галактик.

Учитывая, что квадрат начальных фулктуаций обратно пропорционален кубу их размера, можно получить оценочную формулу для распределения роста возмущений.

$$\left(\frac{\delta\epsilon}{\epsilon}\right)_n = \left(\frac{\delta\epsilon}{\epsilon}\right)^{(0)} K_n \sim \sqrt{\frac{\overline{m}}{M}}\, n^{3/2} \exp\{\eta\sqrt{1-(nu)^2}\} \qquad (8)$$

(m – средняя масс звезд, M – полная масса Вселенной).

Эта функция имеет максимум при n соответствующих галактическим размерам $(nu)_{max} \approx \sqrt{3/2\ln\Delta^{-1}}$; ее значение в максимуме достигает на плато значений порядка единицы. Отметим очень крутой спад справа от максимума. Это обстоятельство должно указывать на несимметричность дисперсии галактик по размерам.

После того, как в некоторой области n будет достигнуто $\delta\epsilon/\epsilon \sim 1$ произойдет обособление галактик, исследование которого должно учитывать нелинейность уравнений Эйнштейна: гравитационную и гидродинамическую. На этом этапе ввиду большой дисперсии плотности скорость звука зависит от координат, так что во Вселенной нет единого уравнения состояния. Однако, после обособления галактик Вселенную можно рассматривать, как галактический газ с уравнением состояний $u_1 = \sqrt{dp_1/d\epsilon}$, скорость звука соответствует хаотическим скоростям галактик $u_1 \sim 10^7 + 10^8$ *см/сек*. Если при этом радиус кривизны еще находится на плато, начинается рост галактических скоплений, размер которых

$$\ell \sim a_c u_1 \sim 10^{25} \text{ см}.$$

Заметим, что подобные соотношения можно получить и в обычных моделях, предполагая, что звездообразование происходит на достаточно раннем этапе.

В заключение автор благодарит И.М.Халатникова за плодотворные дискуссии и Н.С.Кардашева за обсуждение наблюдательных данных.

Институт теоретической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
3 марта 1969 г.

Литература

[1] Е.М.Лифшиц, ЖЭТФ, 16, 593, 1946.

[2] А.В.Бялко. ЖЭТФ, 55, 317, 1968.

[3] W.B.Bonner. Monthly Noteces of the R.A.S., 117, 104, 1957.

[4] Н.С.Кардашов. Астрономический циркуляр № 430, 1967. Astrophysical j., 150, L135, 1967.