

## ВЛИЯНИЕ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ НАКАЧКИ НА ФОРМУ СПЕКТРА ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА-БРИЛЛЮЭНА

Ю.Е.Дьяков

1. Влияние периодической модуляции накачки на спектр ВРМБ насколько нам известно теоретически не исследовалось. Эта задача представляет интерес в связи с использованием ВРМБ для измерения скорости гиперзвука  $v$  по наблюдаемому смещению  $\bar{\omega}_p$  средней частоты рассеянного света  $\bar{\omega}_s = \bar{\omega}_\ell - \bar{\omega}_p$  относительно средней частоты накачки  $\bar{\omega}_\ell$ :  $v = \bar{\omega}_p c / 2n\bar{\omega}_\ell$ , где  $c/n$  — скорость света в среде [1]. Относительно слабая паразитная мода (ПМ) с частотой  $\bar{\omega}_\ell + \Omega$ ,  $\Omega \ll \bar{\omega}_p$  (рисунок а) нарушает симметрию спектра накачки  $G(\bar{\omega}_\ell + \omega)$ , а также, вообще говоря, и спектра ВРМБ  $G(\bar{\omega}_s + \omega)$ . Обусловленные ПМ средние сдвиги максимумов этих спектров, наблюдаемых спектральным прибором с аппаратной функцией  $\sigma(\omega)$ , обозначим через  $\delta\omega_\ell$  и  $\delta\omega_s$  (наблюдаемые спектры накачки 1 и ВРМБ 2 схематически показаны на рисунках а и б пунктиром). Ошибка в оценке скорости звука составит при этом

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{\delta\omega_\ell - \delta\omega_s}{\bar{\omega}_p} \quad (1)$$

2. Если спектр накачки  $G(\bar{\omega}_\ell + \omega)$  имеет максимум при  $\omega = 0$ , то максимум наблюдаемого спектра будет смещен на

$$\delta \omega_{\ell} = \int_{-\infty}^{\infty} G(\bar{\omega}_{\ell} + \omega) \frac{\partial a(\omega)}{\partial \omega} d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} G(\bar{\omega}_{\ell} + \omega) \frac{\partial^2 a(\omega)}{\partial \omega^2} d\omega. \quad (2)$$

Аналогичное выражение может быть написано и для  $\delta \omega_s$ . Полагая

$$G(\bar{\omega}_{\ell} + \omega) = \delta(\omega) + \mu^2 \delta(\omega - \Omega), \quad \mu^2 \ll 1, \quad (3)$$

и задавая аппаратную функцию в виде  $a(\omega) = \exp(-\omega^2/h^2)$ , получим

$$\delta \omega_{\ell} \approx \mu^2 \Omega \exp(-\Omega^2/h^2). \quad (4)$$

3. Отыскивая спектр ВРМБ  $G(\bar{\omega}_s + \omega)$ , будем исходить из общего выражения для комплексной амплитуды рассеянного света

$$E_s(t, x) \sim E_{\ell}(t) \int_0^{\infty} dt' \int_0^x dx' e^{-\alpha vt'} N(t-t', x-x') I_0 \times \\ \times (2\sqrt{v g_s g_p x'} \int_{t-t'}^t |E_{\ell}^2(\theta)| d\theta), \quad (5)$$

где  $E_{\ell}(t)$  – амплитуда накачки,  $x$  – длина рассеивающей области,  $\alpha$  – коэффициент затухания звука,  $g_s = 1/4 \beta_s \bar{R}_s \gamma$ ,  $g_p = (1/16\pi) \gamma k_p$ ,  $2\bar{k}_s = \bar{k}_p = \bar{\omega}_p/v$ ,  $N(t, x) - \delta$  – коррелированное шумовое поле, создающее первичные тепловые флуктуации давления, участвующие в рассеянии [2];

$$\beta_s = -\left(\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial \rho}\right)_s, \quad \gamma = \rho \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_s \quad [1],$$

$I_0$  – функция Бесселя.

Формула (4) определяет решение упрощенных уравнений ВРМБ

$$\frac{\partial E_s}{\partial x} + i g_s E_{\ell}(t) P = 0, \quad \left(\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} + \alpha\right) P + i g_p E_{\ell}^*(t) E_s = N(t, x)$$

связывающих  $E_s$ ,  $E_{\ell}$  и  $N$  с амплитудой  $P$  волны давления.

Как следует из формулы (5), общее выражение для спектра ВРМБ, соответствующее произвольному периодическому закону изменения  $E_{\ell}(t)$ , имеет вид

$$G(\bar{\omega}_s + \omega) \sim \int_0^x dx' \sum_n |d_n^2(\omega, x')|, \quad (6)$$

где функции

$$d_n(\omega, x') = \int_0^{\infty} c_n(t', x') \exp\{-[\alpha v + i(\omega - \Omega n)]t'\} dt'$$

выражаются через коэффициенты Фурье разложения

$$E_{\ell}(t) / I_0 (2\sqrt{v g_s g_p x'} \int_{t-t'}^t |E_{\ell}^2(\theta)| d\theta) = \sum_n c_n(x', t') e^{i\Omega n t}$$

В частности, при монохроматической накачке ( $E_{\ell} = \text{const}$ ) формула (5) определяет распределение интенсивности ВРМБ по частотам

$$G(\bar{\omega}_s + \omega) = \exp \frac{2g_s g_p |E_{\ell}|^2 x \alpha^{-1}}{1 + (\omega/\alpha v)^2} - 1, \quad (7)$$

совпадающее с найденным в работе [3].

4. В интересующем нас случае спектр накачки определяется формулой (3); при этом относительная интенсивность ПМ равна  $\mu^2 \ll 1$ , и следует положить  $E_{\ell}(t) = \bar{E}_{\ell}(1 + \mu e^{i\Omega t})$ . Обычным условиям наблюдения ВРМБ соответствует  $\kappa = 2g_s g_p |E_{\ell}|^2 x \alpha^{-1} \gg 1$ . Кроме того, при типичных условиях ( $\alpha = 300 \text{ см}^{-1}$ ,  $v = 10^5 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ ,  $\Omega = 2\pi 400 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ ) малым является параметр  $\alpha v / \Omega$ . Учет этих неравенств позволяет привести формулу (5) к виду

$$G(\bar{\omega}_s + \omega) = e^{\kappa} [e^{-\omega^2/q^2} + \mu^2 e^{-(\omega-\Omega)^2/q^2}], \quad (8)$$

$$q = \frac{\alpha v}{\sqrt{\kappa}}, \quad \kappa \gg 1, \quad \frac{\alpha v}{\Omega} \ll 1, \quad \mu \ll 1.$$

Полученный спектр (8) состоит из двух узких ( $q \ll \Omega$  в силу неравенства  $\alpha v \ll \Omega$ ) линий, разнесенных на частоту  $\Omega$  (рисунок б).

Обе линии имеют гауссовскую форму и характеризуются одинаковой шириной  $\Delta \omega_s = 2g \sqrt{1/n^2}$  (на уровне половины интенсивности). Этой же шириной обладает и невозмущенный спектр (7), с которым, как легко убедиться, при  $\kappa \gg 1$  совпадает первый член суммы (8).

Подставив формулу (8) вместо  $G(\bar{\omega}_{\ell} + \omega)$  в выражение (2), найдем эффективный сдвиг наблюдаемого спектра ВРМБ

$$\delta \omega_s = \mu^2 \Omega \frac{h^2}{h^2 + q^2} \exp \left( - \frac{\Omega^2}{h^2 + q^2} \right). \quad (9)$$

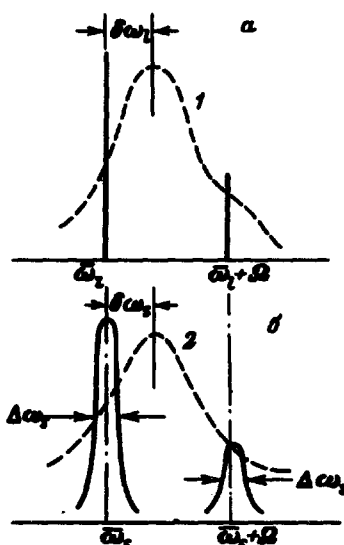
5. Из формул (1), (4) и (9) можно получить оценку для ошибки измерения скорости гиперзвука, обусловленной одиночкой паразитной мо-

дой накачки. Например, в случае "очень плохого" спектрального прибора ( $h^2 \gg q^2$ ,  $h^2 \gg \Omega^2$ )

$$\frac{\delta v}{v} \approx \frac{\mu^2 \Omega q^2}{h^2 \bar{\omega}_p} \approx \mu^2 10^{-2},$$

если взять  $\Omega = 2\pi \cdot 400 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ ,  $\bar{\omega}_p = 2\pi \cdot 6 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}$ ,  $q^2 / h^2 = 0,1$ .

6. Найденная здесь оценка для  $\delta v/v$  гораздо меньше указанной в работе [4]. Расхождение результатов понятно, если учесть, что авторы работы [4] исходили из предположения, что ПМ, интенсивность которой меньше пороговой, проявляется лишь в спектре накачки, но



не "проходит" в спектре ВРМБ. Как видно из формул (3) и (8), при рассмотренных условиях ПМ искажает спектры накачки и ВРМБ в одинаковой мере.

Автор благодарит И.Л.Фабелинского за обсуждение вопросов, затронутых в статье.

Поступило в редакцию  
5 марта 1969 г.

### Литература

- [1] И.Л.Фабелинский. Молекулярное рассеяние света. М., Изд. "Наука", 1965.
- [2] С.М.Рытов. ЖЭТФ, 33, 166, 1957.
- [3] С.Л.Танг. J.Appl. Phys., 37, 2945, 1966.
- [4] N.R.Goldblatt, T.A.Litovitz. J.Acoust. Soc. Amer., 41, 1301, 1967.