Письма в ЖЭТФ, том 9, стр. 491–494 *20 апреля 1969 7*

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА "ЭЛЕКТРОННОГО КРИСТАЛЛА"

А.А.Веденов, А.Т.Рахимов, Ф.Р.Улинич

В ряде работ (см., например, [1]) рассматривается модель так называемого "электронного кристалла", в которой электроны находятся в поле равномерно размазанного положительного заряда. При этом учитывается кулоновское взаимодействие электронов, однако как целые электроны движутся свободно (отсутствует возвращающая сила между электронами и положительным остовом). Плотность электронов предполагается настолько малой, что амплитуда нулевых колебаний электронной решетки значительно меньше ее периода.

В работах [2,3] исследовался спектр колебаний такого кристалла. Было найдено, что в пределе бóльших длин волн спектр колебаний содержит две поперечные ветки с линейным законом дисперсии ($\omega = c_e k$) и продольную ветку с плазменной частотой (ω_0). Мы хотим обратить внимание на то, что спектр поперечных колебаний найден в этих работах без учета поперечных электромагнитных полей (связанных с этими колебаниями), учет которых, как мы убедимся в дальнейшем, существенно меняет спектр в области низких частот.

Для длинных волн можно ограничиться приближением непрерывной среды. Тогда получим следующие уравнения движения и уравнения Максвелла для поперечного смещения ξ и электрического поля **E**, в которых влияние электростатических сил учтено введением поперечной упругости:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - c_e^2 \Delta \xi = \frac{e\mathbf{E}}{m},$$

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi n e}{c^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \tag{1}$$

где n – плотность электронов, c_e – скорость поперечного "электронного звука" [2].

Из уравнений (1) находим для плоской волны $\exp(-i\omega t + ikx)$ дисперсионные соотношения для частот собственных колебаний

$$(\omega^2 - k^2c^2)(\omega^2 - k^2c_e^2) = \omega_0^2\omega^2. \tag{2}$$

Учитывая, что $c >> c_e$ можно найти две ветки дисперсионного уравнения (2):

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + k^2c^2,$$
$$\omega_2^2 = c^2c_e^2k^4 / (\omega_0^2 + k^2c^2). \tag{3}$$

Мы видим, что при $k << \omega_0/c$ спектр существенно отличается от звукового. Первая ветка соответствует распространению поперечных световых волн с частотой выше плазменной. Электроны ведут себя в этих колебаниях почти как свободные. Вторая ветка при малых k описывает низкочастотные колебания, энергия которых заключена в основном в упругой энергии и магнитном поле. Только при $k >> \omega_0/c$ эти колебания переходят в звуковые.

Изменение спектра при малых $k (\omega = cc_ek^2/\omega_0)$ приводит к изменению термодинамики электронного кристалла при низких температурах, (например, теплоемкость пропорциональна $T^{3/2}$), однако, наиболее интересным с нашей точки зрения является то, что кристалл прозрачен для электромагнитных волн низкой частоты $(\omega < \omega_0)$ (диэлектрическая проницаемость $\epsilon > 0$). Действительно, $\epsilon_\perp$ для рассматриваемой среды будет следующей

$$\epsilon_\perp(k, \omega) = \omega_0^2/\omega^2 - c_e^2k^2. \tag{4}$$

Для низких частот $\omega << \omega_0$ получаем из формул (4) и (3)

$$\epsilon_\perp(\omega) = \frac{c^2}{c_e^2}\,\frac{1 + \sqrt{1 + 4\dfrac{c_e^2}{c^2}\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2}}}{2}. \tag{5}$$

Из формулы (5) видно, что $\epsilon_\perp(\omega) \gtrsim c^2/c_e^2$ и, соответственно, коэффициент прохождения $D \lesssim c_e/c << 1$. Наибольшим коэффициентам прохождения соответствуют частоты $\omega \gtrsim \omega_0(c_e/c)$.

Выше мы нигде не учитывали диссипативные процессы. Из возможных механизмов затухания отметим два. Возможно, что затухание соответствует некоторой эффективной вязкости. В этом случае в правую часть уравнений движения (1) надо добавить член $\nu\Delta(\partial\xi/\partial t)$, тогда при малых частотах:

$$\omega_2 \cong \pm \frac{c\, c_e k^2}{\omega_0} - i\nu \frac{c^2 k^4}{2\omega_0^2}$$

и затухание на малых частотах оказывается малым. Оно пропорционально квадрату частоты.

Если же диссипативные процессы описываются обычным трением, то в правую часть уравнения движения (1) необходимо добавить член $\tau^{-1}\partial\xi/\partial t$. В этом случае

$$\omega_2 = \frac{c_e c k^2}{\sqrt{\omega_0^2 + c^2 k^2}} [\pm \sqrt{1 - \lambda^2(k)} - i\lambda(k)],$$

где

$$\lambda^2(k) = \frac{1}{\tau^2} \frac{c^2}{4(\omega_0^2 + k^2 c^2) c_e^2}.$$

Эта формула справедлива при $\lambda << c/c_e >> 1$. При $\lambda(0) << 1$ видно, что затухание мало на всех частотах. При $\lambda(0) > 1$ $\omega_2(k)$ на малых частотах оказывается чисто мнимым.

Однако при достаточно больших частотах $(\omega_2 \tau > 1)$

$$\omega_2 \cong \pm c_e k - i\frac{1}{\tau}$$

и затухание может оказаться малым, если $c_e >> n^{-1/3}/\tau$.

В заключение мы хотим отметить, что достаточно идеальная электронная система $(n^{-1/3} e^2 \gtrsim T)$, даже не образующая кристалла, может, по-видимому, обладать модулем сдвига на достаточно больших частотах ω – таких, что за период колебаний не успевает происходить перестройка ближнего порядка. Тогда на этих частотах должно наблюдаться (как и в "электронном кристалле") прохождение поперечных электромагнитных волн с $\omega < \omega_0$.

Научно-исследовательский институт
ядерной физики
Московского
государственного университета
им. М.В.Ломоносова

Поступило в редакцию
11 марта 1969 г.

Литература

[1] Д.Пайнс. Элементарные возбуждения в твердых телах гл. III, М., Изд. Мир, 1965.

[2] R.A.Coldwell-Horsfall, A.A.Maradudin. J. Math. Phys., 1, 395, 1960.

[3] W.J.Carr. Phys. Rev., 122, 1437, 1961.