Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 46 – 49 *5 января 1970 г.*

ПРИЧИННОСТЬ И РАССЕЯНИЕ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

Л.А.Халфин

1. В недавних работах [1,2] была предложена привлекательная возможность решения фундаментальных трудностей с расходимостями в рамках теории с псевдоэрмитовым гамильтонианом. Если этот псевдоэрмитовый оператор удовлетворяет некоторым дополнительным условиям, то S-матрица для физических частиц (состояний с положительной метрикой) оказывается унитарной [1]. Однако вопрос о причинности в рамках этой теории проблематичен.

2. Рассмотрим пространственно-временную картину рассеяния волновых пакетов [3]. Ограничимся здесь ради простоты упругим рассеянием в s-состоянии в релятивистской области, так что $E = k$[1]. При достаточно большом $r > R$ вектор процесса рассеяния волновых пакетов представим в виде:

$$\psi(r,t) = r^{-1}\{\phi_{in}(r,t) + \phi_{out}(r,t)\}, \qquad (1)$$

$$\phi_{in}(r,t) = \int_0^\infty C(k)\exp[-ik(r+t)]\,dk, \qquad (1a)$$

$$\phi_{out}(r,t) = \int_0^\infty C(k)\exp[2i\delta(k) + ik(r-t)]\,dk, \qquad (1b)$$

где $C(k)$ – распределение по энергии (импульсу) волновых пакетов, а $\delta(k)$ – фаза рассеяния. Классическое представление о причинности

[1] Обозначения согласно [1].

предполагает, что $\phi_{out}(r, t)$ при $r > t$ для достаточно локализованных пакетов должно быть пренебрежимо (экспоненциально) мало (не должно быть эффекта опережения). В [3] показано, что в теории с эрмитовым гамильтонианом, в согласии с этим принципом, при рассеянии в резонансной области

$$\{\exp[2i\delta(k)] = (k - m + \frac{1}{2} i\gamma)/(k - m - \frac{1}{2} i\gamma)\}\ \phi_{out}(r, t)$$

при $r > t$ экспоненциально мало, а $\phi_{out}(r, t)$ при $r < t$ дает запаздывание с временем жизни резонанса. В теории же с псевдоэрмитовым гамильтонианом для рассеяния в области нестабильного "духового" резонанса $\{\exp[2i\delta(k)] = (k - m - \frac{1}{2} i\gamma) / (k - m + \frac{1}{2} i\gamma)\}$ при специальном выборе $C(k) = \frac{1}{2}(\frac{\Delta}{\pi})^{3/2}[(k - m)^2 + \Delta^2]^{-1}$ для $r > R$ получено в [1]:

$$\left\{\begin{aligned} &\phi_{in}(r, t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^{1/2} \exp[-\Delta\,|r + t|\,] \equiv \phi^{L}_{in} \qquad (2a)\\ &\phi_{out}(r, t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^{1/2}\Big\{\frac{2\Delta + \gamma}{2\Delta - \gamma}\exp[-\Delta(r - t)] - \end{aligned}\right.$$

$$-\frac{8\gamma\Delta}{4\Delta^2 - \gamma^2}\exp[-\frac{1}{2}(r - t)]\Big\} \equiv \phi^{L}_{out} \cdot \qquad (2b)$$

$$r > t$$

Наличие в $(2b)$ второго члена с $\exp[-\frac{1}{2}\gamma(r - t)]$ было интерпретировано как нарушение причинности (при $r \gg t$ – макропричинности). В [1] на основании (2) утверждалось, что "опережение" центра пакета $\langle r\rangle_{out} = 4\pi\int_0^\infty r^2|\phi_{out}(r, t)|^2 dr$ меньше размеров пакета $\sim\Delta^{-1}$, так что для центров пакетов нарушение причинности незаметно. При использованном в [1] выборе $C(k)$ это утверждение неверно, так как более точное вычисление дает $(r > R,\ r > t,\ r - t > m^{-1})$:

$$\phi_{out}(r, t) = \phi^{L}_{out}\exp[im(r - t)] - \frac{1}{2i}\left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^{3/2}\frac{m - \frac{1}{2}i\gamma}{m + \frac{1}{2}i\gamma}\,\frac{1}{m^2 + \Delta^2}\,\frac{1}{r - t} \qquad (3)$$

и следовательно $< r >_{out}$ не существует и для справедливости результата близкого к [1] необходим существенно другой выбор $C(k)$.

3. Покажем однако, что подобное и даже большее кажущееся "нарушение" причинности имеет место в обычной теории с эрмитовым гамильтонианом, если только учесть существование неупругих процессов. Допустим сначала, что неупругих процессов в принципе нет, тогда $f(k)$ – амплитуда рассеяния имеет разрыв непрерывности (или разрыв непрерывности своих производных) только при $k = 0$. Тогда с учетом неэкспоненциальных членов [4] при $r >> t$:

$$\phi_{in}(r,t) \sim a_n |r + t|^{-n}, \quad \phi_{out}(r,t) \sim b_n (r-t)^{-n-3/2} \quad r >> t, \tag{4}$$

где n – порядок производной $\dfrac{d^n C(k)}{dk^n}$, первой отличной от нуля при $k = 0$, a_n и b_n определяется поведением $C(k)$ и $\delta(k)$ при $k = 0$. Из (4) видно, что наличие у $\phi_{out}(r,t)$ при $r > t$ ненулевого члена не означает нарушения причинности, так как еще бóльший член есть у $\phi_{in}(r,t)$. Если же существует неупругий процесс с порогом $k = k_{пор} > 0$, то $f(k)$ (на основании оптической теоремы) испытывает разрыв непрерывности (или разрыв непрерывности своих производных) при $k = k_{пор} > 0$, где $C(k)$ непрерывна. А тогда, учитывая неэкспоненциальные члены:

$$\phi_{in}(r,t) \sim a_n |r + t|^{-n}, \quad \phi_{out}(r,t) \sim d_n (r-t)^{-3/2} \quad r >> t, \tag{5}$$

где a_n – определяется $C(k)$ при $k = 0$, а d_n – поведением $C(k)$ и $f(k)$ ($\delta(k)$) при $k = k_{пор}$. Из (5) следует "нарушение" причинности в рамках обычной теории с эрмитовым гамильтонианом много большее на макромасштабах $r >> t$ чем в теории с псевдоэрмитовым гамильтонианом. Существенно подчеркнуть, что указанный эффект "нарушения" причинности имеет место только при учете специфического для квантовой теории неупругого процесса – превращения одних частиц в другие.

Подробные доказательства, рассмотрение неупругих процессов, оценки возможности обнаружения (усиления) "нарушения" причинности будут опубликованы отдельно.

После окончания этой работы я получил препринт Т.Д.Ли [5], в котором степенное "нарушение" причинности обсуждается в рамках модели с псевдоэрмитовым гамильтонианом.

Я благодарен проф. Т.Д.Ли за любезную возможность ознакомиться с его работами до опубликования.

Ленинградское
отделение математического института
им. В.А.Стеклова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 октября 1969 г.

Литература

[1] T.D.Lee, G.C.Wick. Nuclear Physics, B9, 209, 1969.

[2] T.D.Lee. Proceedings of the 1969 Topical Conference on Weak Interactions (CERN).

[3] E.P.Wigner. Phys. Rev., 28, 145, 1955; М.Гольдбергер, К.Ватсон. Теория столкновения, М., 1967 г.

[4] Л.А.Халфин. Дан СССР, 115, 277, 1957; ЖЭТФ, 33, 1371, 1958; Квантовая теория распада физических систем. Кандидатская диссертация, ФИАН, 1960.

[5] T.D.Lee. A relativistic complex pole model with indefinite metric, preprint, 1969 г.