Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 49 – 52 *5 января 1970 г.*

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СЛАБОНЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ С ИОНАМИ ДВУХ СОРТОВ В ОТСУТСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Л.Э.Гуревич, И.Д.Вагнер, И.В.Иоффе

1. Б.Б.Кадомцев и А.В.Недоспасов [1] показали, что положительный столб газового разряда во внешних параллельных электрическом и магнитном полях неустойчив. В настоящей работе мы покажем, что в плазме, содержащей ионы двух сортов , неустойчивость возможна и в отсутствие магнитного поля, если подвижность электронов зависит от координат. Это может быть обусловлено зависимостью от координат эффективной температуры электронов T_- . При этом возбуждаются квазинейтраль-

ные колебания концентрации и поля. В приближении малого градиента подвижности электронов частота колебаний равна

$$\omega = (\mathbf{k}\mathrm{E}_o)\,\frac{\mu_-\mu_1 n_2 + \mu_-\mu_2 n_1 + \mu_1\mu_2 n_-}{\mu_- n_- + \mu_1 n_1 + \mu_2 n_2} \qquad (1)$$

($\mathbf{k}$ – волновой вектор, E_o – внешнее поле, $\mu_{-,1,2}$; $n_{-,1,2}$ – средние значения подвижностей и концентраций носителей – электронов и ионов.) Условие неустойчивости в общем виде громоздко, а при $\frac{\nabla\mu_-}{\mu_-} = L_H^{-1} << k$,

и $n_2 << n_1$ упрощается и имеет вид

$$A\,\frac{eE_o}{Tk}\,\frac{1}{kL_H}\,\frac{n_2}{n_-}\left|\frac{\mu_2 - \mu_-}{\mu_2 + 2\mu_-}\right| > 1 \quad (2)$$

здесь A – число, меньшее единицы, T – температура ионов.

При этом

$$\omega \approx (\mathbf{k}\,\mathrm{E}_o)\,\mu_2\,. \qquad (1')$$

2. Система уравнений, описывающая задачу, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}n_- + \operatorname{div}\{-D_-\nabla n_- - \mu_- E n_-\} = (W_1 + W_2)\,n_-\;,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}n_{1,2} + \operatorname{div}\{-D_{1,2}\nabla n_{1,2} + \mu_{1,2} E n_{1,2}\} = W_{1,2}n_-\,,$$

$$n_- = n_1 + n_2 \qquad (3)$$

($D_{-,1,2}$ – коэффициенты диффузии электронов и ионов, $W_{1,2}$ – коэффициенты ударной ионизации.) Можно показать, что неоднородность концентрации не приводит, в отсутствие магнитного поля, к неустойчивости. Поэтому мы рассмотрим неоднородность подвижностей в двух случаях.

3. Если $\frac{\nabla\mu_{-,1,2}}{\mu_{-,1,2}} = \frac{1}{L_{H-,1,2}}$ и $L_{H-,1,2}$ >> всех размеров системы, то линеаризуя (3) по $n^1_{-1,2} = (n - n_o)_{-,1,2}$ и $\nabla\phi = \mathrm{E}_o - \mathrm{E}$ (n_o – стационарная концентрация) и полагая $\phi,\, n^1_{-,1,2} \sim \exp(-i\omega t + i\int \mathbf{k}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r})$ находим с точностью до $\frac{1}{(kL_{H-,1,2})} << 1$

$$\omega = \mu_0(\mathbf{k}\,\mathbf{E}_0) - ik^2\frac{D_-D_1(n_- + n_1) + D_-D_2(n_- + n_2) + D_1D_2n_-}{D_-n_- + D_1n_1 + D_2n_2} +$$

$$+ \frac{i(\mathbf{k}\,\mathbf{E}_0)}{(\mu_1\mu_2n_- + \mu_-\mu_1n_2 + \mu_2\mu_-n_1)}\{n_-(\mathbf{k}\nabla\mu_-)(\mu_0 - \mu_1)(\mu_c - \mu_2) +$$

$$+ n_1(\mathbf{k}\nabla\mu_1)(\mu_0 - \mu_2)(\mu_0 + \mu_-) + n_2(\mathbf{k}\nabla\mu_2)(\mu_0 - \mu_1)(\mu_0 + \mu_-)\}, \tag{4}$$

где

$$\mu_0 = \frac{\mu_1\mu_2n_- + \mu_-\mu_1n_2 + \mu_-\mu_2n_1}{\mu_1n_1 + \mu_2n_2 + \mu_-n_-}.$$

В предельном случае $n_2 << n_1$ и $\nabla\mu_1 = \nabla\mu_2 = 0$, учитывая $\mu_- >> \mu_{1,2}$ из (4) получим (1′) и (2).

4. На опыте обычно имеют дело с газовым разрядом в цилиндрической трубке (радиус R). В этом случае решение (3) для случая μ_- слабо зависящей от радиуса $\mu_- = \mu_-^0\left(1 - \frac{r}{L_H}\right)$; $L_H >> R$

ищем в виде

$$n^1_{-,1,2}(n_-^{\smile}\nabla\phi) \sim \Sigma C_j I_m\left(\beta_{mj}\frac{r}{R}\right)\exp(im\phi + ikz - i\omega t) \tag{5}$$

β_{mj} – j корень функции Бесселя порядка m. Граничные условия имеют вид $n^1_{-,1,2}(R) = 0$. Обычно [1, 2] ограничиваются одним членом ряда (5). Когда есть магнитное поле, этого достаточно для появления в мнимой части частоты членов, описывающих нарастание колебаний. Можно показать, что без магнитного поля такого приближения недостаточно: слагаемые в мнимой части частоты, обусловленные зависимостью μ_- от r в этом приближении отсутствуют. Поэтому следует оставить по крайней мере два первых члена ряда (5). Подставляя (5) в (3), помножая на $r I_m\left(\beta_{mj}\frac{r}{R}\right)dr$ и интегрируя от 0 до R при $j = 1,2$ получим систему уравнений для нахождения постоянных C_j. Приравнивая определитель системы нулю, найдем выражение для частоты, совпадающее с (1) и условие неустойчивости (при $n_2 << n_1$)

$$A \frac{eER}{T} \frac{R}{L_H} \frac{n_2}{n_-} \left| \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + 2\mu_1} \right| > 1 \qquad (6)$$

$$A = \frac{1}{20} \text{ при } m = 0 \text{ и } A = \frac{1}{40} \text{ при } |m| = 1.$$

Как видно из (1) или из (6) при $n_2 \to 0$ или $\mu_2 \to \mu_1$ неустойчивости нет. Отметим, что в отличие от [1] неустойчивость возможна и при $m = 0$.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10 ноября 1969г.

Литература

[1] B.B.Kadomtzev, A.B.Nedospasov. Nucl. Fus., 1, 230, 1960.
[2] R.R. Johnson, D.A.Jerde. Phys. Fluids., 5, 988, 1962.