Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 57 – 60 *5 января 1970 г.*

СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ, НАХОДЯЩИХСЯ В НЕРАВНОВЕСНОМ ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Я.Б.Зельдович, Е.В.Левич

В работе найдено стационарное состояние системы свободных нерелятивистских электронов, находящихся в неравновесном поле излучения.

Предполагается, что электроны рассеивают излучение комптоновским механизмом. Роль тормозных процессов в поле ядер будет обсуждена отдельно.

Рассмотрим случай, когда поле излучения является изотропным[1]. Будем считать плотность излучения большой, а концентрацию электронов малой. В этих условиях электроны можно считать тяжелой примесью и пренебречь эффектом столкновения их между собой и с ядрами (из дальнейшего станет ясно, что взаимодействие между собой и с ядрами не влияет на полученные результаты). Поле излучения, характеризуемое функцией распределения фотонов $N(k)$, считается стационарным за счет внешних факторов.

При этом оказалось, что стационарное распределение электронов по импульсам является Гауссовым, то есть совпадает с максвелловским распределением по энергиям. Эффективная температура электронов выражается через спектр излучения. Для доказательства высказанных утверждений рассмотрим кинетическое уравнение для функции распределения электронов $f(p)$. Изменение импульса электронов в каждом индивидуальном акте взаимодействия $\Delta p \sim |p' - p| \sim k << p$, где k – модуль волнового вектора фотона, следовательно их движение в импульсном пространстве носит характер диффузии и описывается уравнением Фоккера – Планка. С помощью обычной процедуры нетрудно пополучить [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p_i}\left[\frac{<\Delta p_i \Delta p_k>}{2}\frac{\partial f}{\partial p_k} - <\Delta p_i> f\right], \qquad (1)$$

---

[1] Случай анизотропного поля излучения будет разобран в следующем сообщении.

где в первом порядке по p/mc:

$$<\Delta p> = \frac{p}{p}\int \sigma c[1 + N(k')]N(k)(\Delta p)_{\parallel} dk\,da, \qquad (2)$$

$$<\Delta p^2> = \int \frac{\sigma c}{3}[1 + N(k)]\,N(k)\,(\Delta p)^2\,dk\,da, \qquad (3)$$

$$<\Delta p_i\,\Delta p_k> = 0, \quad i \neq k. \qquad (4)$$

Здесь через $(\Delta p)_{\parallel}$ обозначена проекция Δp на единственное выделенное направление-импульс электрона в лабораторной системе отсчета p, σda – дифференциальное томсоновское сечение рассеяния. Для вычисления $<\Delta p^2>$ можно воспользоваться хорошо известным выражением для Δp [?]. При этом непосредственно получаем

$$<\Delta p^2> = \frac{64\,\pi^2}{9}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\int[1 + N(k)]N(k)\hbar^2 ck^4 dk. \qquad (5)$$

Для нахождения $<\Delta p>$ удобно перейти к системе отсчета, в которой электрон покоится. В этой системе отсчета направление полета фотона до и после рассеяния можно характеризовать углами θ, ϕ и θ', ϕ' соответственно, образуемое векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ с выделенным направлением $\mathbf{p}$. При этом $(\Delta p)_{\parallel}$ приобретает простой вид

$$(\Delta p)_{\parallel} = k(\cos\theta - \cos\theta'). \qquad (6)$$

Производя необходимые вычисления, находим

$$<\Delta p> = -4A\int N(k)k^3 dk, \qquad (7)$$

где A – соответствующий угловой интеграл. Подставляя значения кинетических коэффициентов в уравнение (1) мы видим, что его решением служит распределение Максвелла с эффективной температурой

$$\theta = \frac{\int N(k)\,[1 + N(k)]\hbar c\,k^4 dk}{-A\int \frac{\partial N(k)}{\partial k}\,k^4 dk} = \frac{\int N[1 + N]k^4 dk}{B\epsilon} \qquad (8)$$

$$\epsilon = \hbar c\,\pi^{-2}\int N k^3 dk.$$

Значение A определяется из условия, чтобы при равновесном распределении фотонов

$$N(k) = [\exp \frac{\hbar c k + \mu}{T} - 1]^{-1}$$

выполнялось бы условие $\theta = T$. При этом $A = 1$ независимо от значения μ.

Нетрудно показать, что максвелловское распределение с аналогичным выражением для температуры имеет место при произвольном эффективном сечении рассеяния.

Смысл полученного результата заключается в том, что при малых передачах импульса в элементарном акте взаимодействия движение электронов в импульсном пространстве является броуновским. По происшествии времени релаксации $\tau = mc/\sigma\epsilon$, где ϵ – плотность энергии излучения, устанавливается случайное (максвелловское) распределение с температурой θ.

По поводу кинетических коэффициентов можно сделать два замечания. Сила торможения (7) оказывается зависящей только от общей плотности энергии излучения (при постоянном сечении рассеяния) и не содержит никаких эффектов, связанных с Бозе-статистикой фотонов. Более того, оказывается, что и диффузионный коэффициент, благодаря наличию члена N^2, имеет отличное от нуля значение в классическом пределе $\hbar \to 0$.

Любопытным примером являются электроны в межгалактическом пространстве. Спектр межгалактического излучения является суперпозицией равновесного планковского с температурой 2,7°K и излучения радиоисточников со степенным спектром $F(k) \sim k^{-a}$, где $a = 0{,}75$. Такому $F(k)$ соответствует $N(k) \sim k^{-a-3}$ и интеграл в числителе расходится при $k \to 0$. Оптическое, рентгеновское и γ-излучение звезд, дают малый вклад в оба интеграла и могут не рассматриваться.

Расходимость вклада радиоисточников указывает на необходимость более детального рассмотрения.

Возможность пренебрежения поглощением и испусканием квантов в поле ядра зависит не только от плотности газа, но и от частоты, поскольку тормозное сечение быстро растет с уменьшением частоты. Кроме того F является степенным лишь до некоторой частоты ω_{min}. Грубые оценки показывают, что время установления стационарного состояния электронов в настоящее время больше космологического. Однако в прошлом, когда плотность электронов была примерно в 10^3 больше настоящей, время релаксации их совпадало с космологическим. Если в тот период существовали мощные источники радиоизлучения, то это могло оказать значительное влияние на температуру электронов, что в свою очередь могло привести к искажению реликтового спектра излучения. Возможность других астрофизических следствий в настоящее время рассматривается.

Остановимся кратко на истории вопроса. Хорошо известно, что электроны и излучение с равными температурами находятся в тождественном равновесии по всем процессам – в частности по комптоновскому рассеянию. Дрейцер [1] написал кинетическое уравнение для электронов и привел его к Фоккер – Планковскому виду. Однако решение для произвольного спектра фотонов нам не удалось найти в литературе.

Зная, что распределение электронов максвелловское, температуру можно определить из условия обращения в ноль производной плотности энергии излучения, вычисленной по формулам Компанейца [2].

В заключение пользуемся случаем выразить благодарность Р.А.Сюняеву за обсуждение.

Институт прикладной математики Академии наук СССР

Поступила в редакцию 24 ноября 1969 г.

Литература

[1] A.Dreicer. Physics of Fluids, 8, 321, 1965.
[2] А.С.Компанеец. ЖЭТФ, 31, 876, 1956.