Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 128 – 132 *20 января 1970 г.*

АНОМАЛЬНЫЕ КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

Р.Г.Минц

Как известно, из-за эффекта де Гааза-ван Альфена при достаточно низких температурах ($\pi^2 T < \hbar\Omega$, где $\Omega = \frac{eB}{mc}$ – циклотронная частота), периодически (по H) нарушается условие термодинамической

устойчивости однородно намагниченного состояния $\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T > 0$ [1]. Аналогично системе пар-жидкость можно показать, что возникают критические точки $T_0^{(i)}$, $H_0^{(i)}$, в которых $\frac{\partial H}{\partial B}(T_0^{(i)}, H_0^{(i)}) = 0$, $\frac{\partial^2 H}{\partial B^2}(T_0^{(i)}, H_0^{(i)}) = 0$ и $\frac{\partial^3 H}{\partial B^3}(T_0^{(i)}, H_0^{(i)}) > 0$. В зависимости от граничных условий при $T < T_0$ происходит либо расслоение на фазы (доменная структура) с различными значениями индукции B_1 и B_2 (если $\mathbf{H} \parallel \mathbf{n}$, где $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности), либо индукция скачком меняется от B_1 к B_2 (если $\mathbf{H} \perp \mathbf{n}$) [1]. Подобная особенность должна сказываться на распространении в металле электромагнитных волн с частотой ω, при которой система успевает "подстраиваться" под термодинамику, т. е. при условии, что $\omega\tau \ll 1$ (τ – время свободного пробега).

Допустим, для простоты, что закон дисперсии изотропный, а глубина проникновения δ, время свободного пробега τ и внешнее магнитное поле таковы, что $\delta > \ell > R$ (R – радиус орбиты электрона), а $T > T_0$. В этом случае связь между током и электрическим полем локальная ($\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$) и для решения задачи о проникновении электромагнитной волны в металл остается задать связь между переменными составляющими магнитного поля $\mathbf{h}$ и магнитной индукции $\mathbf{b}$. В линейном приближении (оценка будет дана ниже) эта связь задается соотношением $\mathbf{h} = \left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T \mathbf{b}$ (если $\mathbf{h} \parallel \mathbf{H}$) и $\mathbf{h} = \left(1 - \frac{4\pi M}{B}\right)\mathbf{b}$ (если $\mathbf{h} \perp \mathbf{H}$). Отсюда видно, что вблизи критической точки при $\mathbf{h} \parallel \mathbf{H}$ величина $\mu = \frac{b}{h} = \frac{1}{\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T} \to \infty$ при $\mathbf{h} \perp \mathbf{H}$ μ особенностей не имеет.

В рассматриваемом нами случае нормального скин-эффекта глубина проникновения $\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega\mu}}$ и, если $\mathbf{h} \parallel \mathbf{H}$, то $\delta \sim \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T} \to 0$.

Таким образом, при достаточно низких температурах возникают аномальные квантовые осцилляции поверхностного импеданса $Z \sim \mu\delta \sim \sqrt{\mu}$, которые существенно анизотропны по отношению к взаимной ориентации векторов $\mathbf{h}$ и $\mathbf{H}$.

Оставляя подробные вычисления для отдельного сообщения, укажем теперь на некоторые наиболее существенные черты аномальных квантовых осцилляций поверхностного импеданса. Прежде всего отметим, что глубина проникновения, уменьшаясь, не может стать меньше радиуса орбиты электрона проводимости R. Физически это связано с тем, что

магнитный момент создается самосогласованным полем индукции B на расстояниях порядка R. Таким образом, магнитный момент чувствует относительно небольшие изменения индукции ($b << B$) на расстояниях $d \gtrsim R$, в противном случае ($d < R$) магнитная восприимчивость уменьшается в отношении $(\frac{d}{R})^2$. Это и приводит к тому, что глубина проникновения $\delta \gtrsim R$, а поверхностный импеданс насыщается.

Оценим теперь величину амплитуды Z_{max} и ширину осцилляционных пиков $(\Delta H)_{рез}$ поверхностного импеданса, а также максимальное значение производной поверхностного импеданса по внешнему магнитному полю. В рассматриваемой области $\delta > \ell$ имеем $Z = Z_0 / \left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)^{1/2}$

Величина $\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T$ вблизи критической точки имеет вид $\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T =$

$= a \frac{\Delta T}{T_0} + \beta \left(\frac{\Delta B}{\delta B}\right)^2$ (1), где $a, \beta \sim 1$, $\delta B \sim B_0 \frac{\hbar \Omega}{\epsilon_0}$ – период де Гаазовских осцилляций, $\Delta T = T - T_0$, $\Delta B = B - B_0$. Область по магнитному полю и температуре, в которой применимо выражение (1), ограничено условием малости флуктуаций индукции по сравнению с расстоянием до критической точки ΔB.

Легко показать, что $V \overline{\Delta B^2} \sim T / \left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T$ где $\overline{\Delta B^2}$ – средне квадратичная флуктуация индукции в объеме V. Ясно, что существенную роль играют флуктуации в объеме $V \gtrsim R^3$.

Таким образом, выражение для поверхностного импеданса Z с подставленной туда формулой (1) имеет достоверный (а не случайный) характер в той области, где $T / R^3 \left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T < (\Delta B)^2$ (2). Подстановка численных значений показывает, что при всех $\Delta T / T_0 \gtrsim 10^{-4}$ на границе области (2) выполняется соотношение $\beta \left(\frac{\Delta B}{\delta B}\right)^2 \lesssim a \frac{\Delta T}{T_0}$ (3). Таким образом, вблизи "резонанса" в $(\partial H / \partial B)_T$ преобладает первый член, т. е. Z_{max} определяется близостью к критической точке по температуре. Из (1) и (3) следует, что $\frac{Z_{max}}{Z_0} \sim 1 / \sqrt{a \frac{\Delta T}{T_0}} >> 1$ и осцилляции действительно аномально велики. Воспользовавшись выражением (1), легко получить, что максимальное значение производной поверхностного импеданса по магнитному полю $\left(\frac{H}{Z} \frac{dZ}{dH}\right)_{max} =$

$$=\left(\frac{H}{Z}\ \frac{dZ}{dB}\ 1/\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T\right)_{max} \sim \frac{\epsilon_0}{\hbar\Omega}\Bigg/\left(\frac{a\Delta T}{T_0}\right)^{3/2} \gg 1.$$ Причем, максимум достигается при значении $(\Delta B)_m \sim \delta B\sqrt{a\frac{\Delta T}{T_0}}$. Зная величину $(\Delta B)_m$, можно получить оценку на ширину "резонансной области $(\Delta H)_{рез}$. Проинтегрировав соотношение (1), имеем $\Delta H = a\frac{\Delta T}{T_0}\Delta B$ (при этом учтено (3)). Подставляя сюда значение $(\Delta B)_m$ для $(\Delta H)_{рез}$ находим $(\Delta H)_{рез} \sim \delta B(a\Delta T/T_0)^{3/2}$.

Вблизи фазовых переходов обычно существенную роль играют нелинейные эффекты. Соответствующая оценка показывает, что если $b > \delta B\sqrt{a\Delta T/T_0}$, то достаточно близко к критической точке $(b > \Delta B)$ задача становится нелинейной. Причем, если $\delta B\sqrt{a\Delta T/T_0} < b < \delta B$ (4), то связь между h и b имеет вид $h = \frac{1}{6}\frac{\partial^3 H}{\partial B^3}b^3$, если же $b > \delta B$, то следует воспользоваться точной зависимостью $H(B)$. Неравенство (4) для магнитного поля h имеет вид $\delta B(a\Delta T/T_0)^{3/2} < h < \delta B$.[1] При $T < T_0$ рассмотрение проводится аналогично. Следует лишь помнить, что при $H = H_0(T)$ происходит фазовый переход, и значение индукции скачком меняется от $B_1 = B_0 - \Delta B_1$ до $B_2 = B_0 + \Delta B_2$ [1]. Вблизи критической точки, как известно $\Delta B_1 = \Delta B_2 = \sqrt{-3a\Delta T/T_0}$ [2]. Это приводит к тому, что при $h \geqslant |H - H_0(T)|$ (5) в линейном приближении магнитная проницаемость μ определяется величиной $1/\left(\frac{\partial H}{\partial B}\right)_T$ и зависит лишь от температуры. Таким образом, в той области по магнитному полю H, где удовлетворяется неравенство (5), поверхностный импеданс не зависит от магнитного поля, а следовательно, на границе области производная от поверхностного импеданса испытывает скачок.

Автор благодарен М.Я. Азбелю за полезное обсуждение.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау АН СССР

Поступила в редакцию
30 октября 1969 г.
После переработки
18 декабря 1969 г.

[1] Известно, что обычно нелинейные эффекты сказываются при условии что $h > \delta B$, при этом, однако, линейное приближение остается основным [3].

Литература

[1] J.H.Condon. Phys. Rev. 145, 526, 1966.

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, Наука, 1964.

[3] М.Я.Азбель, Л.Б.Дубовский. Письма в ЖЭТФ, 5, 414, 1967.