Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 227 – 228 *20 февраля 1970 г.*

О ПОЛЯХ ГРАВИТАЦИИ ТРЕТЬЕГО ТИПА

А.З.Петров

В теории гравитации Эйнштейна, по предложенной мною классификации, особую роль играют поля тяготения третьего типа ([1], § 18). В то время как к полям тяготения первого типа относятся почти все физически интерпретируемые решения уравнений поля (решение Шварцшильда, статические поля и т. д.), а среди известных решений второго типа можно указать поля с цилиндрическими волнами [2], поля тяготения третьего типа не поддаются пока физическому истолкованию. Более того, даже нахождение формальных решений, принадлежащих к этому классу полей, представляет из себя задачу значительной технической трудности. Однако, если исходить из предположения, что теория гравитации Эйнштейна логически замкнута и не требует кокого-то доопределения, которое возможно зачеркнуло бы поле третьего типа, они заслуживают особого внимания.

Существование таких полей было предсказано раньше, чем были даны конкретные примеры. Первым примером полей третьего типа была, по-видимому, метрика, найденная мной в 1955 г (не опубликована)

$$ds^2 = e^{-x^2}[e^{-2x^4}(dx^1)^2 + (dx^2)^2] - 2dx^3dx^4 + x^2(x^3 + e^{x^2})(dx^4)^2$$

удовлетворяющая уравнениям поля $R_{\alpha\beta} = 0$, допускающая неабелеву двучленную группу движений. Затем было обнаружено ([1], § 30), что существует 2-параметрическое семейство полей тяготения третьего типа с той же группой движений, в пустоте ($R_{\alpha\beta} = 0$)

$$ds^2 = e[a(dx^1)^2 + (dx^2)^2] + 2dx^3dx^4 + \lambda(dx^4)^2,$$

$$a = e(x^2)^2, \quad \lambda = 2\left[x^3 + \frac{e}{4}(x^2)\right]^2 \ln(px^2) - e(x^2)^2 + q,$$

$$p, q = \text{const}, \quad e = \pm 1,$$

причем выдвигалось утверждение, что это есть пространство максимальной подвижности третьего типа в пустоте. Однако при выборе этого утверждения, связанном с кропотливыми вычислениями, была допущена арифметическая ошибка, так как на самом деле эти поля тяготения допускают и 3-членную группу движений. На это обратили свое внимание Коллинсон и Френч [3], которые, не указывая метрик, сделали замечание о возможности 3-членной группы. Среди полей тяготения наиболее физически интересными, как правило, оказываются те, которые допускают те или иные симметрии и в особенности группы движений. Поэтому нахождение полей с максимальной подвижностью несомненно заслуживает особого внимания. Пример такого пространства был найден В.Р.Кайгородовым. В специальной системе координат метрика имеет вид:

$$ds^2 = -x^3(dx^1)^2 + 2dx^1dx^2 - \frac{(3x^2)^2}{(2x^3)^3}\left[(dx^3)^2 + (dx^4)^2\right];$$

она удовлетворяет уравнениям поля $R_{\alpha\beta} = 0$ и допускает трехчленную группу движений со структурой группы

$$[X_1, X_2] = 0, \quad [X_2, X_3] = -2X_2, \quad [X_3, X_1] = -X_1$$

и операторами группы движений

$$X_1 = p_1, \quad X_2 = p_4, \quad X_3 = x^1p_1 - x^2p_2 - 2x^3p_3 - 2x^4p_4 .$$

Исследование λ-матрицы ([1], § 18) $(R_{AB} - \lambda g_{AB})$, где $R_{AB} \to R_{\alpha\beta\gamma\delta}$,

$g_{AB} \to g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} - g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma}$; $\quad A, B, \ldots = 1, \ldots, 6 \equiv \{14, 24, 34, 23, 31, 12\}$,

показывает, что она имеет характеристику $[(3°, 3)]$, т. е. указанная метрика действительно определяет поле тяготения третьего типа.

Вопрос о том не допускаются ли другие поля третьего типа с группой G_3, в настоящее время находится в стадии излучения.

Является примечательным, что уравнения поля $R_{\alpha\beta} = \kappa g_{\alpha\beta}$ третьего типа, при $\kappa > 0$, допускают группу движений G_4 ([1], § 30), а при $\kappa \to 0$ подвижность снижается, хотя физически это пока трудно интерпретировать.

Поступила в редакцию
5 января 1970 г.

Литература

[1] А.З.Петров. Новые методы в общей теории относительности, М., изд. Наука 1966.

[2] A.Einstein, N.Rosen. On gravitational Wawes, J.Franklin Inst., 223, 1937.

[3] C.D.Kollinson, D.C.French. Null tetrad approach to motions in empty Space-time; J.Math. Phys., 8, №4, 1967.