Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 267 – 269 *5 марта 1970г.*

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ ЖЕЛОБКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ СИСТЕМОЙ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

В.В.Арсенин

Эксперименты с разреженной плазмой на установках "Огра-2" и "Феникс" [1, 2] подтвердили предсказанную в [3, 4] возможность подавления желобковой неустойчивости плазмы с помощью системы обратных связей, управляющей полем возмущения вне плазмы. Вместе с тем опыты на "Фениксе" показали, что из-за зависимости передаточного отношения δ (см. ниже) реальной радиосхемы от частоты возможна (при достаточно большом δ) раскачка колебаний на частотах, определяемых не плазмой, а радиосхемой. При этом собственно плазменная неустойчивость может быть и подавлена. В элементарной теории [4] эта возможность не учитывалась. Требуемая для стабилизации по способу [1, 4] величина δ растет с концентрацией плазмы. Поэтому при применении системы [1, 4] к стабилизации плотной плазмы, трудность с появлением дополнительного неустойчивого решения усугубляется. Ниже будет показано, что колебания плотной плазмы могут быть подавлены без возбуждения системы на "сторонних" частотах, если "измерять" не возмущение электрического потенциала, а возмущение электронной (или ионной) концентрации. Передаточное число эквивалентной системы, реагирующей на возмущение потенциала, должно зависеть от частоты как ω^{-1}.

Рассмотрим устойчивость цилиндра радиуса a бесстолкновительной плазмы с концентрацией $n(r)$ с резкой границей (толщина ℓ слоя, где происходит падение концентрации, много меньше a) в простом пробочном поле относительно потенциальных возмущений $\psi = \phi_m(r)\exp(i m\theta - i\omega t)$, где θ – азимутальный угол, $m \gg 1$. Ограничимся возмущениями типа поверхностных волн, в которых $\phi_m(r)$ не имеют нулей при $0 < r < a$. Предположим, что специальная радиосхема из датчиков и усилителей поддерживает "граничное" условие $\phi_m(b) = \delta(\omega)\,\phi_m(a)$, $b > a$. Функция $\delta(\omega)$ характеризует радиосхему. Тогда в наиболее интересном случае плотной плазмы $\omega_{oi} > \omega_{Hi}$ (ω_{oi} и ω_{Hi} – ионные ленгмюровская и циклотронная частоты) дисперсионное уравнение имеет вид

$$1 + [\omega^{-1} - (\omega + m\omega^*)^{-1}]\,\omega_{Hi} = 2(\rho^m - \rho^{-m})^{-1}\omega_{oi}^{-2}\,\omega_{Hi}^2\,\delta(\omega), \quad (1)$$

где ω^* – частота прецессии ионов из-за неоднородности магнитного поля, $\rho = b\,a^{-1}$.

В [4] рассматривался случай, когда в области характерных для желобковой неустойчивости частот $|\omega| \lesssim (\omega_{Hi}\,\omega^*)^{1/2}$ величина δ – вещественная постоянная, так что уравнение (1) квадратное. При $\delta > 0{,}5(\rho^m - \rho^{-m})\,\omega_{oi}^2\,\omega_{Hi}^{-2}$ корни вещественны (устойчивость). Однако, кроме этих корней, уравнение (1) может иметь еще неустойчивые решения (в [4] они не рассматривались) в области $|\omega| > (\omega_{Hi}\,\omega^*)^{1/2}$, где существенна зависимость δ от ω (степень уравнения повышается). Здесь мы рассмотрим другую возможность. Пусть

$$\phi_m(b) = m\omega_{oi}^2\,(\omega_{Hi}\,\omega)^{-1}\,\Delta(\omega)\,\phi_m(a), \quad (2)$$

причем $\Delta(\omega)$ близка к вещественной постоянной Δ_0 при $|\omega| < \Omega \equiv a(m\omega_{Hi}\,\omega^*)^{1/2}$, $a >> 1$, и $|\Delta| < |\Delta_0|$ в области $|\omega| > \Omega$, $\operatorname{Im}\omega > 0$. Введем $\bar{\Delta} \equiv 2m(\rho^m - \rho^{-m})^{-1}\Delta_0$. Уравнение (1) может иметь решения $|\omega| > \Omega$, $\operatorname{Im}\omega > 0$, только если $|\bar{\Delta}|\,\omega_{Hi} > \Omega$. Предположим, что $|\bar{\Delta}|\,\omega_{Hi} < \Omega$,

так что неустойчивыми $(\operatorname{Im}\omega > 0)$ могут быть только решения $|\omega| < \Omega$. Положим в этой области в первом приближении $\Delta = \Delta_0$, тогда уравнение (1) становится квадратным. Корни вещественны, если $\bar{\Delta}^2 > 4m\,\omega_{Hi}^{-1}\,\omega^*$. При учете отклонения Δ от Δ_0 корни приобретают мнимые добавки. Колебания будут затухать, если для обоих корней

$$\operatorname{Im}\Delta\,\omega\,\frac{d}{d\omega}\left(\frac{1-\bar{\Delta}}{\omega} - \frac{1}{\omega + m\omega^*}\right) < 0. \tag{3}$$

Таким образом, при

$$a > (m\omega^*)^{-1/2}\,\omega_{Hi}^{1/2}\,\bar{\Delta} > 2 \tag{4}$$

и выполнении (3) желобковые возмущения устойчивы [1].

Соотношение (2) означает, что при $|\omega| < \Omega$ радиосхема следит за азимутальной компонентой электрического поля на границе плазмы (или за радиальным смещением границы) и интегрирует сигнал по времени. При этом, чтобы плазма была устойчивой относительно желобковых возмущений в процессе медленного накопления или распада, необходимо менять коэффициент усиления пропорционально концентрации. Поскольку $m\omega_{0i}^2(\omega_{Hi}\omega)^{-1}\phi_m = 4\pi e a\, l\, n_{em}$,

где n_e – возмущение электронной концентрации в области $\dfrac{dn}{dr} \neq 0$, то условие (2) будет осуществляться, если "измерять" непосредственно n_e и $\psi(b) = 4\pi e a\, l\,\Delta n_e$. Можно сказать, что в системе, реагирующей на колебания концентрации, роль той части радиосхемы, которая формирует нужную передаточную функцию $\omega_{0i}^1\,\omega^{-1}$, выполняет сама плазма.

Рассмотрим еще одну возможность стабилизации желобковых колебаний – введением контролируемых источников электронов внутрь плазмы [5, 6] [2]. Пусть интенсивность источников S пропорциональна возмущению электронной концентрации: $S = s\,n_e$. Дисперсионное уравнение

$$1 + [(\omega - is(\omega))^{-1} - (\omega + m\omega^*)^{-1}]\,\omega_{Hi} = 0\,. \tag{5}$$

---

[1] Аналогичное достаточное условие устойчивости можно получить для гидродинамической модели [3], эквивалентной, как нетрудно убедиться, системе с $\delta \sim \omega_{0i}^2\,\omega^{-2}$.

[2] Этим способом можно подавлять не только поверхностные, но и внутренние (высшие радиальные) моды.

Пусть $s = -i\omega\Delta_1$, где Δ_1 – вещественная постоянная в области $|\omega| < \Omega$ (т. е. $S = \Delta_1 \frac{\partial n_e}{\partial t}$). При $|\Delta_1| << 1$ для устойчивости достаточно

$$\Delta_1^2 > 4m\omega_{Hi}^{-1}\omega^*. \qquad (6)$$

Рассмотрим другой пример: $s = im\Delta_2$ ($S = \Delta_2 \frac{\partial n_e}{\partial \theta}$), где $\Delta_2 > 0$.

Колебания устойчивы, если

$$\Delta_2 > \omega^* \quad . \qquad (7)$$

Поступила в редакцию
29 января 1970 г.

Литература

[1] В.В.Арсенин, В.А.Жильцов, В.А.Чуянов. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. 2, 515, IAEA, Vienna, 1969.

[2] M.J.Church, V.A.Chuyanov, E.G.Murphy, M.Petravic, D.R.Sweetman, E.Thomson.Contributions to III European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physocs, Utrecht, 23–27 June 1969, p.12.

[3] А.И.Морозов, Л.С.Соловьев. ЖТФ, 34, 1566, 1964.

[4] В.В.Арсенин, В.А.Чуянов. Докл. АН СССР, 180, 1078, 1968.

[5] T.C.Simonen, T.K.Chu, H.W.Hendel. Phys. Rev. Lett., 23, 568, 1969.

[6] H.P.Furth. Доклад на Междунар. симпозиуме по удержанию плазмы в замкнутых системах, Дубна, 29 сентября – 3 октября 1969 г.