Письма в ЖЭТФ. том 11, стр. 272 – 277 *5 марта 1970 г.*

О СООТВЕТСТВИИ УРАВНЕНИЙ МУЛЬТИПЕРИФЕРИЧЕСКОЙ И МУЛЬТИРЕДЖИОННОЙ ТЕОРИЙ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

И.М.Дремин

Мультипериферическая (MP) теория неупругих процессов, в которой рассматриваются однопионные диаграммы (см. рис. 1), формулируется [1, 2] в рамках уравнения Бете – Солпитера (BS). В мультиреджионной (MR) теории [3], рассматривающей диаграммы с обменом одним вакуумным реджионом (см. рис. 2), его аналогом служит уравнение Чу, Гольдбергера, Лоу [4] (CGL).

Эти теории описывают отличные друг от друга типы неупругих процессов т. е. применимы в разных областях фазового объема [5,6]. Для основной доли процессов выполняются критерии применимости МР-теории [5]. Однако в последнее время появились работы (см. [7, 8]), в которых содержатся феноменологические попытки путем введения "кластеров" и обмена "мезонными" реджионами (т. е. путем замены рис. 2,*а* на диаграммы рис. 2,*б* с $R \neq P$) распространить область применимости MR-теории на весь фазовый объем.

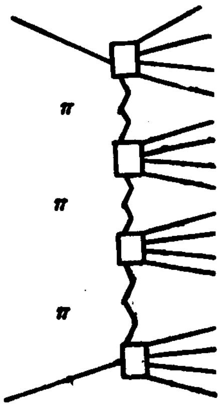

Рис. 1. Мультипериферическая диаграмма

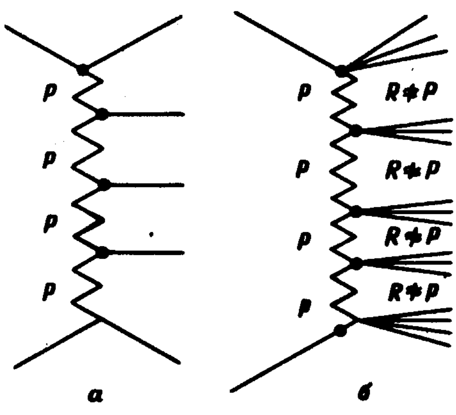

Рис. 2. *а* – полностью реджеизованная диаграмма, *б* – мультиреджионная диаграмма с рождением групп частиц. P – вакуумный реджион

Мы запишем единое уравнение для неупругих процессов, которое в основной доле фазового объема сводится к уравнению BS, а в области применимости MR-теории – к уравнению типа CGL. Такое уравнение было рассмотрено в работе [9], но лишь для частных случаев – модели Амати и др. [10] и полностью реджизованной модели [4] (рис. 2,*а*), которые не могут претендовать на описание основной доли неупругих процессов.

Обозначим через $A_1(p_a, p_b)$ мнимую часть амплитуды упругого рассеяния в s-канале частиц с импульсами p_a и p_b на угол 0°. Определим [4] функцию B следующим образом:

$$A_1(p_a, p_b) = \frac{1}{4\pi^4} \int d^4k_1 \bar{A}_1(p_a, k_1) D^2(k_1^2) B(k_1, p_a, p_b) , \qquad (1)$$

Это соотношение справедливо и в MP, и в MR, но в первом случае $\overline{A}_1$ и D^2 интерпретируются как мнимая часть неприводимого блока амплитуды упругого рассеяния и квадрат пропагатора пиона, а в MR – как квадраты вершинной части и сигнатурного множителя [1]. В обоих случаях уравнение для B может быть записано в виде:

$$B(k_1, p_a, p_b) = \bar{B} + \frac{1}{4\pi^4} \int d^4k_3 \bar{A}_1(k_1, k_3) D^2(k_3^2) R^2(k_3, k_1, p_a) B(k_3, k_1, p_a), \tag{2}$$

где $\bar{B} = \bar{A}_1(k_1, p_b) R^2(k_1, p_a, p_b)$, R – реджевский множитель, обозначения импульсов ясны из рис. 3 (при $t = 0$ имеем $(k_1^2 = k_2^2 = k_3^2 = k_4^2$ и т. д.).

Согласно обычным правилам R следует выбирать в виде

$$R_I(k_3, k_1, p_a) = |z_{a3}|^{a(k_1^2)}, \tag{3}$$

где $|z_{a3}| \approx \dfrac{2k_1^2 s_{a3}}{s_{a1} s_{13}} - 1$ – косинус угла рассеяния в t-канале, $s_{ij} = (k_j - k_i)^2$, $s_{ai} = (p_a - k_i)^2$, $a(k^2)$ – обмениваемая реджевская траектория.

Однако, иногда его выбирают без обоснования в виде:

$$R_{II}(k_3, k_1, p_a) = (s_{a3} / s_0)^{a(k_1^2)}, \tag{4}$$

где $s_0 = \mathrm{const}$. Мы рассмотрим оба этих случая.

В уравнении BS $a = 0$ и $R = 1$. Поэтому в MP величина B не зависит от p_a. В MP как ядро, так и сама функция зависят лишь от двух векторов, а потому можно [1] использовать разложение по полиномам Лежандра. В MR они зависят от трех векторов и это приводит к необходимости [9] иметь дело с d-функциями, являющимися представлением группы 0 (2, 1).

Обобщая результаты работы [9] (см. формулу (4, 19) в [9]) на случай произвольного вида $\bar{A}$, нетрудно получить из (2) уравнение для парциальных амплитуд b_ℓ^l при любом t:

$$b_\ell^l(t, k_1^2, k_2^2) = \overline{b_\ell^l} + \frac{1}{4\pi^3 |t|} \sum_n \int dr\, dv [-t(t - 4\mu^2) + 2tr - v^2]^{1/2} \times$$

$$\times \overline{f_\ell^{ln}} B_\ell^n(t, k_3^2, k_4^2) D(k_3^2) D^*(k_4^2), \tag{5}$$

$$\overline{f_\ell^{ln}} = \int_{z_0}^{\infty} dz\, \overline{C}(t, z, k_1^2, k_2^2, r, v)\, d^\ell_{a_l(k_1^2, k_2^2),\, a_n(k_3^2, k_4^2)}(z), \tag{6}$$

---

[1] В модели [8, 9] диаграмм рис. 2,a имеем $\overline{A}_1 = g^2(p_a^2, k_1^2)\, \delta^+((p_a - k_1)^2 - m^2)$. Сигнатурный множитель нормирован так, что в точке полюса он с точностью до фазы переходит в пропагатор.

$r = -k_3^2 - k_4^2 - 2\mu^2$, $\quad v = k_4^2 - k_3^2$, $\quad \overline{b_\ell^I} = f_\ell^{In}(r = 0, v = 0, a_n = 0)$.

$a_l(k_1^2, k_2^2) = a_l(k_1^2) + a_l(k_2^2)$ (i означает конкретную реджевскую траекторию). Явный вид d-функций выписан в [9]. При $t = 0$

$$z = (s_{13} + k_1^2 + k_3^2) / 2\sqrt{k_1^2 k_3^2} \; ; \tag{8}$$

z_0 получается из z при $s_{13} = 4\mu^2$. Выражения для C и $\overline{C}$ при $t = 0$ имеют вид [1)]:

$$\text{в варианте I (см. (3)):} \quad \overline{C}_I = \overline{A}_1(s_{13}, k_1^2, k_3^2) \; ; \tag{9}$$

$$\text{в варианте II:} \quad \overline{C}_{II} = \overline{A}_1(s_{13}, k_1^2, k_3^2)(s_{a1} s_{13} / 2k_1^2 s_0)^{2a_l(k_1^2)} \tag{10}$$

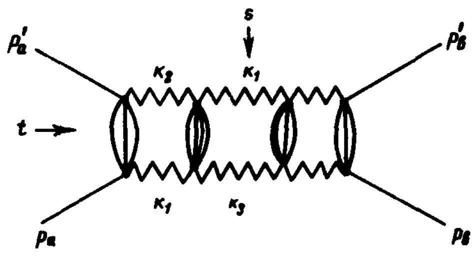

Рис. 3. Теневое упругое рассеяние

Уравнение (5) позволяет заменить трудную задачу точного уравнения (2) более легкой задачей отыскания асимптотик этого решения с помощью исследования аналитической структуры парциальных амплитуд в кросс-канале. Нас особенно интересует существование у уравнения (2) решения с асимптотически постоянным сечением. В этом случае b_ℓ^I имеет полюс в точке $\ell(t)$ с $\ell(0) = 1$. Условием разрешимости уравнения (5) служит отсутствие такого же полюса у ядра $\overline{f_\ell^{In}}$. Поскольку полюс $\overline{f_\ell^{In}}$ не может лежать и при $\ell > 1$, он должен находиться при $\ell < 1$.

Для определения положения ведущей сингулярности f_ℓ^{In} в ℓ-плоскости достаточно рассмотреть вклад в интеграл (6) от больших значений z, т. е. s_{13}. Если асимптотическое поведение неприводимого блока задается в виде $\overline{A}_1(s_{13}) \sim s_{13}^{\nu}$ при $s_{13} \to \infty$, где ν – некоторая постоянная, то, используя асимптотику [9] d-функций $d^{\ell}_{a_l, a_n}(z) \sim (\ell + 1 - 2a_l(k^2))^{-1} z^{-\ell - 1}$, получим, что положение особенности задается интегралом : в первом случае (см. (3), (9))

$$(\ell + 1 - 2a_l(k^2))^{-1} \int^{\infty} dz\, z^{\nu - \ell - 1} \tag{11}$$

---

1) В выражениях для C надо убрать черту над $\overline{C}$ и $\overline{A}_1$ в (9) и (10), соответственно b_ℓ^I получится, если в (7) заменить $\overline{C}$ на C.

и во втором случае (см. (4), (10)):

$$(\ell + 1 - 2a_l(k^2))^{-1} \int^{\infty} dz\, z^{\nu - \ell - 1 + 2a_l} \quad . \tag{12}$$

Условие разрешимости уравнения (5) приводит к требованиям в обоих случаях

$$-1 + 2a_l(k^2) < 1 \tag{13}$$

и кроме того в первом случае

$$\nu < 1, \tag{14}$$

во втором случае

$$\nu + 2a_l(k^2) < 1 \quad . \tag{15}$$

Из этих условий ясно, почему возникали трудности с полюсом Померанчука в MP [11] и в MR [6, 4]. В уравнении BS $a \equiv 0$ и условия (14), (15) нарушаются при $\nu = 1$, т. е. при выборе асимптотически постоянного сечения в неприводимом блоке. В уравнении CGL условия (14), (15) не нарушаются из-за δ-функционного вида $\tilde{A}_1$, но условие (13) нарушено в точке $k^2 = 0$, если a_l-вакуумная полюсная траектория. Устранить трудность можно тремя способами: 1) исключив точку $k^2 = 0$ из рассмотрения, требуя в ней обращения в нуль константы связи двух вакуумных реджионов с частицей [6] (см. модель слабой связи [12]); 2) потребовав падения полного сечения ($a_P(0) < 1$) [4]; 3) предположив более слабую (нежели полюс) особенность при $\ell = 1$ [11].

Подчеркнем еще раз, что первый случай, который представляется наиболее реалистичным, сводится к уравнению BS, так как в (11) подынтегральная функция не зависит от a_l.

Даже во втором случае в уравнении (5), полученном после интегрирования по углу Треймана – Янга, различие между MP и MR пропадает из-за того, что зависимость от s_{a3} в (4) сводится к зависимости от произведения $s_{a1} s_{13}$ в (10), т. е. к выбору определенных формфакторов в вершинах мультипериферической цепочки.

Автор глубоко благодарен Е.Л.Фейнбергу и Д.С.Чернавскому за постоянное внимание к работе и обсуждения.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 февраля 1970 г

Литература

[1] И.М.Дремин, И.И.Ройзен, Р.Б.Уайт, Д.С.Чернавский. ЖЭТФ, 48, 952, 1965.

[2] V.N.Akimov, D.S.Chernavskii, I.M.Dremin, I.I.Royzen. Nucl. Phys., B14, 285, 1969.

[3] К.А.Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 44, 341, 1963,
[4] G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low. Phys. Rev. Lett., 22, 208, 1969.
[5] И.М.Дремин, Д.С.Чернавский. ЖЭТФ, 45, 1943, 1963.
[6] И.А.Вердиев, О.В.Канчели, С.Г.Матинян, А.М.Попова, К.А.Тер-Мартиросян. ЖЭТФ, 46, 1700, 1964.
[7] H.M.Chan, J.Loskiewicz, W.W.M.Allison. Nuovo Cim., 57, 93, 1968.
[8] G.F.Chew, A. Pignotti. Phys. Rev., 176, 2112, 1968.
[9] M.Ciafaloni, C. de Tar, M.N.Misheloff. Preprint UCRL-19286, 1969.
[10] D.Amati, S.Fubini, A.Stanghellini. Nuovo Cim., 26, 896, 1962.
[11] I.I.Royzen. Phys. Lett., 29B, 428, 1969.
[12] В.Н.Грибов, А.А.Мигдал. ЯФ, 8, 1002, 1213, 1968.