

## ОЦЕНКА ВКЛАДА ЧЛЕНОВ ПОРЯДКА $e^2G$ В АНОМАЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ МЮОНА

Б.В.Гешкенбейн, Б.Л.Иоффе

Вклад виртуальных слабых взаимодействий в величину аномального магнитного момента мюона ( $g - 2$ ) в теории с промежуточным  $W$ -бозоном был вычислен в работах [1–8] в первом порядке по константе слабого взаимодействия  $G$  и в нулевом порядке по константе электромагнитного взаимодействия  $e$ . Величина вклада оказалась малой, поскольку квадратичная расходимость отсутствовала.

Цель настоящей работы – оценка вклада членов порядка  $e^2G$ , которые содержат квадратичные расходимости. Имеется два типа таких расходимостей: 1) расходимости, возникающие при интегрировании по большим импульсам виртуального  $W$ -бозона. Для этих расходимостей естественно обрезание  $\Lambda_{\text{сл}}^2 \sim G^{-1}$ . Наличие таких членов привело бы к сравнительно большим поправкам к магнитному моменту мюона. 2) Расходимости, возникающие при интегрировании по большим импульсам виртуального  $\gamma$ -кванта. Для таких расходимостей следует ожидать обрезания из-за электромагнитных взаимодействий  $W$ -бозонов, т. е. при  $\Lambda_{\text{эл}}^2 \sim \mu^2/\alpha$  ( $\mu$  – масса  $W$ -бозона,  $\alpha = 1/137$ ). Эти расходимости не приводят к большим поправкам к  $g - 2$ .

Мы покажем ниже, что члены с расходимостями первого типа в аномальном моменте мюона строго обращаются в нуль, так что в квадратично-расходящихся членах порядка  $e^2G$  в ( $g - 2$ ) предел обрезания должен быть порядка  $\Lambda_{\text{эл}}^2 \sim \mu^2/\alpha$ . При рассмотрении расходимостей первого типа можно считать, что импульс виртуального фотона  $k' \ll k$  – импульса виртуального  $W$ -бозона.

Всего имеется 22 диаграммы для членов порядка  $e^2G$  в магнитном моменте мюона. В девяти из этих диаграмм квадратично расходящиеся члены либо отсутствуют, либо исчезают после перенормировки массы и заряда мюона. Путем подсчета степени расходимости нетрудно убедиться, что семь диаграмм, в которых виртуальная фотонная линия начинается и кончается на линии  $W$ -бозона – (пример такой диаграммы изображен на рис. 1), не дают квадратично-расходящегося вклада в  $g - 2$  при интегрировании по  $k$ , если считать  $k' \ll k$ .

Каждая из оставшихся шести диаграмм (диаграммы рис. 2–4 и кроссинг-симметричные им) содержит квадратичную расходимость при интегрировании по  $k$  и  $k' \ll k$ . Покажем, что при  $k' \ll k$  квадратично-расходящиеся по  $k$  члены в этих трех диаграммах взаимно сокращаются.

Для того, чтобы корректно провести вычисление расходящихся интегралов эти интегралы должны быть обрезаны, причем обрезание должно быть выполнено градиентно-инвариантным способом, т. е. должны выполняться обобщенные тождества Уорда для вершин взаимодействия  $W$ -мезона с электромагнитным полем  $\Gamma_{\nu\mu}^\lambda$  и  $U_{\nu\mu}^{\lambda\rho}$ . При малых импульсах  $\gamma$ -кванта  $q \ll k$ ,  $k$  4-х импульс  $W$ -мезона, из обобщенных тождеств Уорда следует вид вершин  $\Gamma_{\nu\mu}^\lambda$  и  $U_{\nu\mu}^{\lambda\rho}$  с точностью до членов линейных по  $q$

$$G_{\nu\mu}(k) = \frac{1}{k^2 - \mu^2} (\delta_{\nu\mu} - \frac{k_\nu k_\mu}{\mu^2}) \left( \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - k^2} \right)^2, \quad (1)$$

$$\Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}(k+q/2, k-q/2) = \frac{\partial G_{\nu\mu}^{-1}(k)}{\partial k_{\lambda}} + \left(\frac{1}{2} + \gamma\right) \left(\frac{\Lambda^2 - k^2}{\Lambda^2}\right)^2 (q_{\mu}\delta_{\nu\lambda} - q_{\nu}\delta_{\mu\lambda}), \quad (2)$$

$$U_{\nu\mu}^{\lambda\rho}(k, k', q) = \frac{\partial \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}(k + \frac{k'}{2}, k - \frac{k'}{2})}{\partial k_{\rho}} = \frac{\partial \Gamma_{\nu\mu}^{\rho}(k + q/2, k - q/2)}{\partial k_{\lambda}}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  — аномальный магнитный момент  $W$ -мезона. Прежде всего, отметим, что второй член в правой части формулы (2) связанный с магнитным моментом  $W$ -мезона не дает квадратичных расходимостей первого типа и поэтому мы его рассматривать не будем.

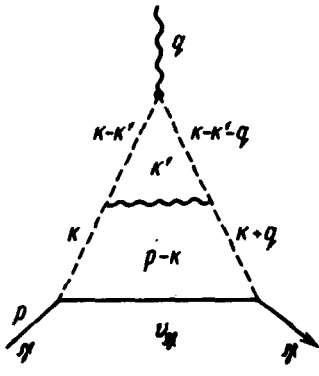


Рис. 1

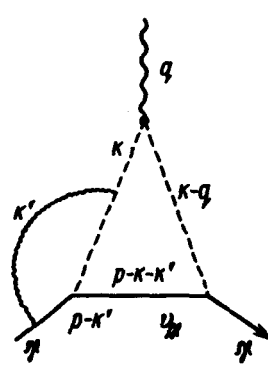


Рис. 2

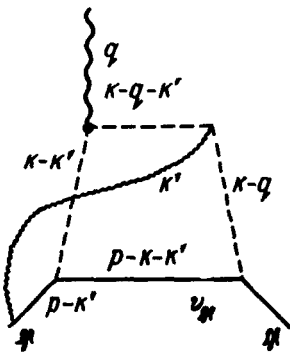


Рис. 3

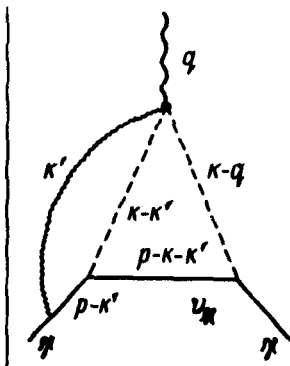


Рис. 4

В диаграммах (2–4) квадратичная расходимость при интегрировании по  $k$  возникает только за счет членов нулевого и первого порядка разложения по степеням

$k'/k$  и  $q/k$ , так, что вклад этих диаграмм должен иметь вид

$$\int \frac{d^4 k'}{k'^2} \int d^4 k \{ A(k) + B(k)k' + C(k)q \}_{\lambda \nu \mu \rho} \bar{u} \gamma_\nu (1 + \gamma_5) (\hat{p} - \hat{k} - \hat{k}')^{-1} \times \\ \times \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \gamma_\rho (\hat{p} - \hat{k}' - m)^{-1} u, \quad (4)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  — функции только от  $k$ . Вклад членов  $A(k) + B(k)k'$  в (2) можно вычислить положив  $q = 0$  в фигурной скобке (4) и воспользовавшись формулами (2) (3)

$$- \int \frac{d^4 k'}{k'^2} \int d^4 k \frac{d}{dk_\zeta} \{ G_{\nu\sigma}(k) \Gamma_{\sigma\rho}^\lambda(k, k - k') G_{\rho\mu}(k - k') \} \bar{u} \gamma_\nu (1 + \gamma_5) \times \\ \times (\hat{p} - \hat{k} - \hat{k}')^{-1} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \gamma_\zeta (\hat{p} - \hat{k}' - m)^{-1} u.$$

Легко видеть, что (4) не содержит квадратичной расходимости при интегрировании по  $k$ . Аналогично, кладя  $k' = 0$  и используя тождество Уорда в вершине взаимодействия  $W$ -бозона с виртуальным фотоном легко показать, что  $A(k) + C(k)q$  не дает квадратичной расходимости по  $k$ . Тем самым показано, что при  $k' \ll k$  квадратично-расходящиеся по  $k$  члены в аномальном магнитном моменте мюона отсутствуют в порядке  $e^2 G$  и, следовательно, они возникают только за счет импульсов виртуальных фотонов  $k'$  порядка импульсов  $W$ -бозонов. В этом случае естественно думать, что обрезание возникнет за счет электромагнитного взаимодействия  $W$ -бозонов, т. е. предел обрезания будет порядка  $\Lambda_{эл}^2 \sim \mu^2/a$ .

Приведем в заключение оценку вклада членов порядка  $e^2 G$  в величину  $(g - 2)/2$  для мюона (при  $\gamma = 0$ )

$$(g - 2)/2 \sim (4\pi e^2)(4\pi g^2) \frac{\pi^4}{(2\pi)^8} \frac{\Lambda^2 m^2}{\mu^4} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2} \sim \frac{a}{(4\pi)^3} \frac{G \Lambda^2 m^2}{\mu^2} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2} \quad (5)$$

( $m$  — масса мюона). При  $\Lambda^2 = \Lambda_{эл}^2 \sim \mu^2/a$ . Отсюда следует

$$\frac{g - 2}{2} \sim \frac{1}{(4\pi)^3} G m^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m^2} \sim 10^{-9},$$

что на два порядка меньше достигнутой в настоящее время экспериментальной точности.

Поступила в редакцию  
12 февраля 1970 г.

## Литература

- [1] N.Byers, E.Zachariasen. *Nuovo Cim.*, **18**, 1289, 1960.
  - [2] R.D.Amado, L.Holloway. *Nuovo Cim.*, **30**, 1083, 1963; **30**, 1572, 1963.
  - [3] G.Segre. *Phys. Lett.*, **7**, 357, 1963.
  - [4] P.H.Meyer, D.Schiff. *Phys. Lett.*, **8**, 217, 1964.
  - [5] H.Pietschmann. *Z.Physik.*, **170**, 409, 1964.
  - [6] R.A.Shaffer. *Phys. Rev.*, **135**, B187, 1964.
  - [7] А.М.Переломов. Труды Международной Зимней Школы теоретической физики при ОИЯИ, **3**, Дубна, 1964, стр. 118.
  - [8] S.J.Brodsky, J.D.Sullivan. *Phys. Rev.*, **156**, 1644, 1967.
-