Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 312 – 316 *20 марта 1970г.*

АМПЛИТУДА РАССЕЯНИЯ НЕВАКУУМНОГО РЕДЖЕОНА НА ЧАСТИЦЕ

Л.В.Лапераишвили

В данной работе в модели Венециано вычисляется амплитуда рассеяния невакуумного реджеона на частице, необходимая для описания вклада двухреджеонных ветвлений. Полученная путем факторизации шестихвостки при определенном выборе асимптотического режима, амплитуда рассеяния реджеона на частице содержит три члена, подобных по смыслу трем членам обычной четыреххвостки Венециано. Оценка двухреджеонных ветвлений произведена без учета "усиленных" диаграмм [1].

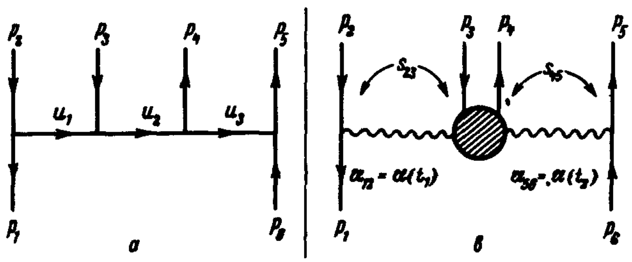

Рис. 1

Рассмотрим шестихвостку скалярных частиц массы M. В обобщенной теории Венециано ее описывают 60 неэквивалентных диаграмм, одна из которых изображена на рис. 1, остальные отличаются от нее перестановкой частиц [2], В асимптотическом режиме, соответствующем переходу от рис. 1,*а* к рис. 1,*в* из этих 60-ти диаграмм наиболее существенны 12 (конкретнее см. ниже). Их амплитуды факторизуются, и выделяются вклады в амплитуду рессеяния реджеона на частице, соответствующие диаграммам на рис. 2. Выражения, описывающие их, похожи друг на друга, поэтому опишем сравнительно подробно только вклад диаграммы рис. 2,*а*, соответствующей рис. 1*а*,*в*.

Для описания шестихвостки используется следующий набор 9-ти переменных (среди которых независимыми являются только 8):

$$\begin{array}{lll} s_{12} = t_1 = (p_2 - p_1)^2, & s_{45} = (p_4 + p_5)^2, & s_{123} = s_1 = (p_1 - p_2 - p_3)^2, \\ s_{23} = (p_2 + p_3)^2, & s_{56} = t_2 = (p_6 - p_5)^2, & s_{234} = (p_2 + p_3 - p_4)^2, \\ s_{34} = t = (p_4 - p_3)^2, & s_{16} = (p_6 - p_1)^2, & s_{345} = (p_4 + p_5 - p_3)^2. \end{array} \quad (1)$$

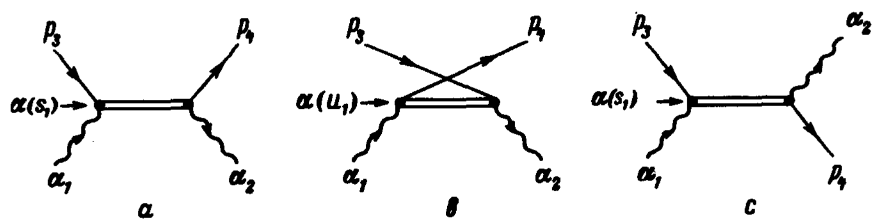

Рис. 2

Амплитуда шестихвостки вычислялась в операторном формализме Фубини – Гордона – Венециано [3]. В асимптотическом режиме $s_{23}, s_{45} \to \infty$ вклад диаграммы рис. 1 описывается следующим выражением:

$$B_6(1) = \int_0^{(1)} du_1 \int_{(0)}^{1} du_2 \int_0^{(1)} du_3\, u_1^{-\alpha_{12}-1} u_2^{-\alpha_{123}-1} u_3^{-\alpha_{56}-1} [(1-u_1)(1-u_2)(1-u_3)]^{\alpha_0 - 1} \times$$

$$\times \exp\{2\alpha' [(p_2p_3)u_1 - (p_2p_4)u_1u_2 - (p_3p_4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_2^n}{n} -$$

$$- (p_2p_5)u_1u_2u_3 - (p_3p_5)u_2u_3 + (p_4p_5)u_3]\}, \quad (2)$$

$$\mathrm{Re}\,\alpha_{12},\ \mathrm{Re}\,\alpha_{56} < 0, \quad \mathrm{Re}\,\alpha_{123} > 0,$$

где $\alpha_i = \alpha(s_i) = \alpha_0 + \alpha' s_i$ – реджевская траектория, которой принадлежат рассматриваемые скалярные частицы. При $s_{23}, s_{45} \to \infty$, $s_{12}, s_{56}, s_{34} \ll s_{23}$, s_{45} и произвольных $s_{123}, s_{234}, s_{345}$ имеем:

$$B_6(1) = (-\alpha' s_{23})^{\alpha_1} (-\alpha' s_{45})^{\alpha_2} \Gamma(-\alpha_1)\Gamma(-\alpha_2) \int_{(0)}^{1} du\, u^{-\alpha(s_1)-1} (1-u)^{-\alpha(t)-1} \times$$

$$\times c_1^{\alpha_1} c_2^{\alpha_2}\, {}_2F_0(-\alpha_1, -\alpha_2; -\frac{u}{\alpha' \eta c_1 c_2}) =$$

$$= (-\alpha' s_{23})^{\alpha_1} (-\alpha' s_{45})^{\alpha_2} \Gamma(-\alpha_1)\Gamma(-\alpha_2) A^{(a)}_{\alpha_1\alpha_2} \times$$

$$\times (s_1, t, t_1, t_2, \mu_1, \mu_2), \quad (3)$$

где $c_{1,2} = 1 + \left(\frac{1}{\mu_{1,2}} - 1\right)v$, $\quad a_{1,2} = a(t_{1,2})$, $\quad \mu_1 = \frac{s_{23}}{s_{234}}$, $\quad \mu_2 = \frac{s_{45}}{s_{345}}$,

$$\eta = -\frac{s_{23}s_{45}}{s_{16}},$$

${}_2F_0(a, \beta; x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция. $A^{(a)}_{a_1 a_2}$ – вклад диаграммы рис. 2,*a* в амплитуду рассеяния реджеона на частице.[2] Величины μ_1, μ_2 и η являются функциями переменных, характеризующих амплитуду $A_{a_1 a_2}$.

В частности, функции $\mu_{1,2}$ зависят от s_1, t, t_1, t_2 и азимутальных углов, связанных со спиральностями реджеонов. Функция $\eta(s_1, t, t_1, t_2, \mu_1, \mu_2)$ определяется нелинейным соотношением между девятью мандельштамовскими переменными (1) [4].

Разлагая (3) в ряд по полюсам переменной $a(s_1)$, нетрудно убедиться в том, что вклад $A^{(a)}_{a_1, a_2}$ представляет собой бесконечную сумму по резонансам в s-канале рессеяния реджеона на частице (рис. 2,*a*). Вышеупомянутые 12 существенных диаграмм шестихвостки соответствуют следующим перестановкам частиц:

$(123456) \to B_6(1)$	$(124356) \to B_6(5)$	$(123654) \to B_6(9)$,
$(213456) \to B_6(2)$	$(214356) \to B_6(6)$	$(213654) \to B_6(10)$,
$(123465) \to B_6(3)$	$(124365) \to B_6(7)$	$(123564) \to B_6(11)$,
$(213465) \to B_6(4)$	$(214365) \to B_6(8)$	$(213564) \to B_6(12)$.

Одновременное рассмотрение диаграмм $B_6(1) - B_6(4)$ приводит к появлению в формуле (3) сигнатурных множителей реджеонов a_1 и a_2. Путем факторизации амплитуд $B_6(5) - B_6(8)$ и $B_6(9) - B_6(12)$ выделяется вклад диаграмм рис. 2,*b* и 2,*c* , соответственно. Полная амплитуда рассеяния реджеона на частице имеет вид:

$$A_{a_1 a_2}(s_1, t, t_1, t_2, \mu_1, \mu_2) = A^{(a)}_{a_1 a_2} + A^{(b)}_{a_1 a_2} + A^{(c)}_{a_1 a_2} =$$

$$= A^{(a)}_{a_1 a_2}\left(a(s_1), a(t),\ 1 - \frac{1}{\mu_{1,2}}\right) + A^{(a)}_{a_1 a_2}\left(a(v_1), a(t),\ \frac{\mu_{1,2}}{\mu_{1,2} - 1}\right) +$$

$$+ A^{(a)}_{a_1 a_2}\left(a(v_1),\ a(s_1), \frac{1}{\mu_{1,2}}\right), \tag{4}$$

где $\quad v_1 = s_{124} = 2M^2 + t_1 + t_2 - t - s_1$.

При $a_1 = a_2 = 0$ формула (4) переходит в известную формулу Венециано для четыреххвостки скалярных частиц [5].

Формулы (3) и (4) позволяют описать суммарный вклад последовательности резонансов R_1 и R_2 в амплитуду двойного перерассеяния $f(s, t)$ (рис. 3). В соответствии с определением (3) имеем (см. [6–8]):

$$f(s,t) = -\frac{1}{4}\int\frac{d^2k_1}{(2\pi)^2}N^2(t,t_1,t_2)\frac{\sigma_{a_1}\sigma_{a_2}}{\Gamma(1+a_1)\Gamma(1+a_2)}(a's)^{a_1+a_2}, \quad (5)$$

где σ_a – сигнатурный множитель.

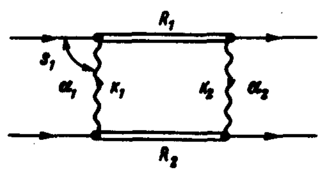

Рис. 3

Ландшофом было показано в [9], что функция $N(t, t_1, t_2)$, определяемая интегралом по s_1 от амплитуды рассеяния реджеона на частице [7, 8], описывается амплитудой (4) лишь в пределе $\mu_1, \mu_2 \to \infty$:

$$N(t,t_1,t_2) = a'g^2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{ds_1}{2\pi i}\lim_{\mu_1,\mu_2\to\infty}A_{a_1a_2}(s_1,t,t_1,t_2,\mu_1,\mu_2), \quad (6)$$

где g – константа связи трех скалярных частиц. Переход к пределу $\mu_{1,2} \to \infty$ (при этом $\eta \to \infty$) эквивалентен осуществлению суммирования по спиральностям реджеонов, необходимому при вычислении петли рис. 3 [9]. Согласно (3)

$$\lim_{\mu_{1,2}\to\infty}A_{a_1a_2} = B(-a(s_1), -a(t)+a_1+a_2) + B(-a(u_1), -a(t)+a_1+a_2) +$$
$$+ B(-a(s_1), -a(u_1)). \quad (7)$$

Интеграл (6) имеет смысл лишь при условии, что амплитуда $\lim_{\mu_{1,2}\to\infty}A_{a_1a_2}$ достаточно быстро убывает с ростом s_1. При $\mathrm{Re}\,a(s_1), \mathrm{Im}\,a(s_1) \to \infty$ $(\mathrm{Im}\,a(s_1)/\mathrm{Re}\,a(s_1) << 1)$

$$\lim_{\mu_{1,2}\to\infty}A^{\text{редж}}_{a_1a_2} = \lim_{s_1,\mu_{1,2}\to\infty}[A^{(a)}_{a_1a_2} + A^{(b)}_{a_1a_2}] =$$

$$= \frac{\pi\sigma_{a(t)-a_1-a_2}}{\Gamma(1+a(t)-a_1-a_2)}s_1^{a(t)-a_1-a_2}. \quad (8)$$

Учет вклада (8) связан с "усиленными" диаграммами и требует отдельного рассмотрения [10]. Подставляя в интеграл (6) разность $A_{a_1 a_2} - A^{\text{редж.}}_{a_1 a_2}$, легко показать, что

$$N(t, t_1, t_2) = a' g^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d s_1}{2\pi i} \lim_{\mu_{1,2} \to \infty} A^{(c)}_{a_1 a_2} =$$

$$= g^2 \Sigma \text{выч}\, B(-a(s_1), -a(u_1)) \Big|_{a(s_1) = \ell}^{-\infty} = g^2 \sum_{\ell = 0}^{\infty} (-1)^{\ell} \frac{\Gamma[\ell + a'(t - t_1 - t_2)]}{\Gamma[a'(t - t_1 - t_2)]} =$$

$$= g^2 \exp[a'(t_1 + t_2 - t) \ln 2] \quad . \qquad (9)$$

Автор глубоко благодарит О.В.Канчели, С.Г.Матиняна и К.А.Тер-Мартиросяна за полезные обсуждения и ценные советы, И.Д.Манджавидзе и Дж.Л.Чкареули за интерес к работе.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
12 февраля 1970г.

Литература

[1] V.N.Gribov, I.Ya. Pomeranchuk, K.A.Ter-Martirosyan. Phys. Lett., 9, 269, 1964; 12, 153, 1964.

[2] K.Bardakci, H.Ruegg. Phys. Lett., 28B, 342, 1968.

[3] S.Fubini, D.Gordon, G.Veneziano. Phys. Lett., 29B, 679, 1969.

[4] В.Е.Асрибеков. ЖЭТФ, 41, 565, 1961.

[5] G.Veneziano. Nuovo Cim., 57A, 190, 1968.

[6] В.Н.Грибов. ЖЭТФ, 53, 654, 1967.

[7] В.Н.Грибов, А.А.Мигдал. ЯФ, 8, 1002, 1969.

[8] В.Н.Грибов. ЯФ, 9, 424, 1969.

[9] P.V.Landshoff. Препринт DAMTP 69/32, Cambridge, 1969.

[10] К.А.Тер-Мартиросян. ЯФ, 10, 12, 1969.