*Письма в ЖЭТФ*

Т. 9 1969 Вып. 1

16, 21

# СТАТИСТИКА ПОЛЯ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

*Б.Я.Зельдович, Д.Н.Клышко*

В последнее время появилось большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных процессу параметрической люминесценции (ПЛ) – рассеянию интенсивного монохроматического света (накачки) кристаллом с квадратичной поляризуемостью (см. [1], там же другие ссылки). В настоящем сообщении обсуждаются вопросы статистики поля и фотоотсчетов при параметрической люминесценции.

1. В процессе ПЛ в недиссипативной среде должны выполняться соотношения Мэнли – Роу. На квантовом языке этому соответствует закон сохранения [2], сводящийся к утверждению о том, что фотоны накачки распадаются на пары рассеянных квантов. При этом возникает корреляция между энергиями (числами квантов), испущенными в параметрически связанные моды. В режиме простой (не сверх) люминесценции, т.е. когда среднее число люминесцентных квантов на моду $\langle n_i \rangle \ll 1$, эта корреляция значительно более сильная, чем допускалось бы классической теорией электромагнитного поля. Проиллюстрируем это примером. В известной модели двухмодового параметрического взаимодействия [2] (моды $a$ и $b$) при генерации из вакуумного состояния имеем (здесь $\omega_{\text{н}}$ и $\phi_{\text{н}}$ – частота и фаза накачки):

$$\langle a^+ a \rangle = G_{aa}(t) = G_{bb}(t) = \operatorname{sh}^2 kt, \quad \langle a^+ b \rangle = G_{ab} = G_{ba} = 0$$

$$\langle a b \rangle = B_{ab}(t) = \exp(-i\omega_{\text{н}} t - i\phi_{\text{н}}) \operatorname{sh} kt \operatorname{ch} kt. \qquad (1)$$

При $kt \ll 1$ имеем $\langle n_a \rangle\ G_{aa} \ll 1$, и

$$|\langle a b \rangle| \approx kt \gg \sqrt{\langle a^+ a \rangle \langle b^+ b \rangle} \approx (kt)^2 \qquad (2)$$

в то время как в классической теории должно было бы выполняться строгое неравенство противоположного знака.

2. Для обнаружения этой корреляции предлагается опыт, схема которого изображена на рисунке. В случае простой люминесценции можно получить явные выражения для совместных распределений фотоотсче-

тов $p(n_1, n_2)$ или для производящей функции $Q(\lambda_1, \lambda_2) = \Sigma p(n_1, n_2)(1-\lambda_1)^{n_1}(1-\lambda_2)^{n_2}$. Например,

$$Q(\lambda_1, \lambda_2) = \exp(-\lambda_1\mu_1 - \lambda_2\mu_2 + \lambda_1\lambda_2\mu_{12}). \tag{3}$$

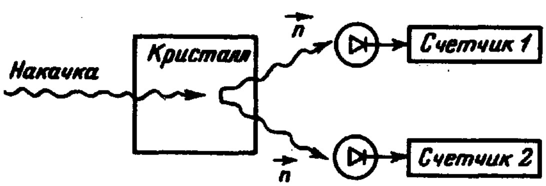
Здесь параметры $\mu_1$, $\mu_2$ описывают средние числа отсчетов детекторов, а $\mu_{12}$ – их корреляцию. Для простейшего случая люминесценции в плоском недиссипативном кристалле

$$\mu_1 = T\int I(\mathrm{n})\zeta_1(n)d\Omega_{\mathrm{n}}; \quad \mu_{12} = T\int I(\mathrm{n})\zeta_1(\mathrm{n})\zeta_2(\tilde{\mathrm{n}})d\Omega_{\mathrm{n}}, \tag{4}$$

где $I(\mathrm{n})$ – интенсивность генерации пар квантов с направлениями $\mathrm{n}$ и $\tilde{\mathrm{n}}$; $\zeta_1(\mathrm{n})$ и $\zeta_2(\tilde{\mathrm{n}})$ – квантовые эффективности счетчиков *1* и *2* по отношению к соответствующим квантам. Из формул (3) и (4) видно, что

$$\langle n_1 n_2\rangle - \langle n_1\rangle\langle n_2\rangle \sim \langle n_1\rangle\langle n_2\rangle\zeta/\langle n\rangle,$$

где $\langle n_1\rangle\langle n_2\rangle$ – число "случайных" совпадений, а $\langle n\rangle = \sqrt{\langle n_1\rangle\langle n_2\rangle}$; поэтому эффект обнаружить тем легче, чем меньше время отдельного измерения $T$ и, тем самым, $\langle n\rangle$.




3. Рассмотрим общее описание статистики поля рассеянных квантов которое годится и в случае сверхлюминесценции. Предположим, что процесс ПЛ начинается с гауссовых (в частности – вакуумных) флюктуаций. Тогда в результате пространственно-временной эволюции уже в режиме заданного поля накачки флуктуации перестают быть гауссовыми. При этом для нахождения корреляционных функций высших порядков необходимо знать не только корреляцию $G_{ll} = \langle E^{(-)}(x_l)E^{(+)}(x_l)\rangle$ (что было бы достаточным в случае гауссова процесса [3]), но и зависящую от фазы накачки нестационарную корреляцию $B_{ll} = \langle E^{(+)}(x_l)E^{(+)}(x_l)\rangle$. Именно, при указанных условиях характеристическая функция (функционал) для поля рассеянных квантов будет иметь вид

$$\chi_N(\eta_l^*, \eta_l) = \langle \exp[\sum_l E^{(-)}(x_l)\eta_l]\exp[-\sum_l E^{(+)}(x_l)\eta_l^*]\rangle =$$
$$= \exp\{\sum_{ll}(-G_{ll}\eta_l\eta_l^* + \frac{1}{2}B_{ll}^*\eta_l\eta_l + \frac{1}{2}B_{ll}\eta_l^*\eta_l^*)\}. \tag{5}$$

Из уравнения (5) легко получить корреляционные функции любого порядка, например,

$$<E^{(-)}(1)E^{(-)}(2)E^{(+)}(3)E^{(+)}(4)> = G_{13}G_{24} + G_{14}G_{23} + B^*_{12}B_{34} \,. \qquad (6)$$

Члены типа $B^*B$, нарушающие гауссовость флуктуаций, не исчезают при усреднении по случайной фазе накачки (в отличие от самих $B_{ij}$); амплитуда накачки при этом предполагалась детермированной. Именно эти члены ответственны за выполнение соотношений Мэнли – Роу и за корреляцию числа квантов разных мод. Существенно, что во все корреляционные функции с одинаковым числом $E^{(+)}$ и $E^{(-)}$ [1] величины $B_{ij}$ и $B^*_{ij}$ входят лишь в виде указанной комбинации $B^*_{ij}B_{kl}$.

4. Сделанные выше утверждения о свойствах корреляционных функций любых порядков являются справедливыми и в точной квантовой теории в режиме заданного классического (с – числового) поля накачки. Если иметь в виду нормально-упорядоченные корреляционные функции (см. [3]), то, используя результаты работы Моллоу [4], можно сформулировать следующий рецепт для вычисления $G_{ij}(t)$ и $B_{ij}(t)$ в квантовой теории (при этом для простоты предполагается, что $B_{ij}(0) = 0$).

Пусть поле разложено по дискретным модам. Тогда рецепт таков: а) к функции $G_{ij}(0)$ прибавить "вакуумные флуктуации" (1/2 фотона на моду): $\tilde{G}_{ij}(0) = G_{ij}(0) + \delta_{ij}/2$ (если генерация начинается из вакуумного состояния, то $G_{ij}(0) = 0$); б) исходя из функции $\tilde{G}_{ij}(0)$, решить классическую линейную задачу о нахождении $\tilde{G}_{ij}(t)$ и $\tilde{B}_{ij}(t)$; в) вычесть "вакуумные флуктуации" $\delta_{ij}/2$ из функции $\tilde{G}_{ij}(t)$, а $\tilde{B}_{ij}(t)$ оставить неизменной: $G_{ij}(t) = \tilde{G}_{ij}(t) - \delta_{ij}/2$; $B_{ij}(t) = \tilde{B}_{ij}(t)$.

Нетрудно показать, что если в системе имеется затухание, то для интенсивности гауссовых шумов $j(t)$, отвечающих этому затуханию, на этапе б) нужно подставлять выражение $<j^*(t)j(t+\tau)> = \gamma(\nu+\frac{1}{2})\delta(\tau)$, где $\gamma$ – константа затухания, $\nu = [\exp(\hbar\omega/kT) - 1]^{-1}$ – среднее равновесное число квантов на частоте $\omega$ при температуре среды $T$. В оптике обычно $\nu(\omega) = 0$. Остальные этапы расчета не меняются.

Выше для удобства говорилось о временной эволюции рассеянного света. Можно показать [5], что все выводы сохраняются и для ПЛ, стационарной во времени, но неоднородной в пространстве. В этом случае под $G(0)$ нужно подразумевать флуктуации на входе в кристалл, а

[1] Именно такие корреляционные функции требуются для описания опытов по фотостатистике.

под $G(t)$ и $B(t)$ – то же на выходе из него; в остальном рецепты а), б) и в) сохраняют силу.

5. Помимо получения более подробной информации о пространственно-временной картине процесса ПЛ, статистика фотоотсчетов в процессе ПЛ может иметь следующие применения:

1) поскольку кванты рождаются в малой пространственной области (в объеме кристалла), то ПЛ дает нам источник пар квантов различной частоты с хорошо коррелированными моментами рождения. Изучая временную статистику пар квантов, прошедших через различные устройства, мы получаем возможность измерить разность групповых задержек по времени на двух различных частотах;

2) систему из ПЛ – кристалла и счетчика *1* (см. рисунок) в одном полупространстве с квантовой эффективностью $\zeta_1 = 1$ можно рассматривать как пример системы, на выходе которой (в направлении $\tilde{n}$) генерируются состояния с определенным числом квантов. Нам не известно какого-либо другого предложения системы аналогичного назначения (хотя бы гипотетической).

Авторы признательны С.А.Ахманову, А.Л.Голгеру, В.Г.Тункину и Р.В.Хохлову за дискуссии.

Институт теоретической и экспериментальной физики Академии наук СССР

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступило в редакцию 29 октября 1968 г.

## Литература

[1] Д.Н.Клышко. ЖЭТФ, 55, 1006, 1968.

[2] B.R.Mollow, R.J.Glauber. Phys. Rev., 160, 1076, 1967.

[3] R.J.Glauber. Phys. Rev., 130, 2529; 131, 2766, 1963.

[4] B.R.Mollow. Phys. Rev., 162, 1256, 1967.

[5] Д.Н.Клышко. IV Симпозиум по нелинейной оптике, Киев, 1968.