Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 4, стр. 159 –162 *25 февраля 1985 г.*

О СТРУКТУРЕ ГЛЮОННОЙ СТРУНЫ

А.Б.Мигдал, С.Б.Хохлачев

Исходя из свойств КХД, построен приближенный эффективный лагранжиан, позволяющий получать уравнения для средних глюонных полей. Найдено распределение полей в глюонной струне, соединяющей кварк с антикварком. Глюоэлектрическое поле, направленное вдоль струны, охвачено циркулярным глюомагнитным полем. Поля локализованы в области с поперечным размером порядка радиуса конфайнмента. Дается оценка коэффициента натяжения струны.

В последние годы стала вырисовываться физическая картина вакуумных флуктуаций в КХД. Особенно хорошо известна картина мелкомасштабных флуктуаций, так как эффективная константа связи на этих масштабах мала и дается известной формулой асимптотической свободы [1]:

$$\frac{2\pi}{\alpha_s(\rho)} = b\ln(1/\Lambda\rho); \qquad b = \frac{11N_c}{3}; \qquad \Lambda = (50 \div 200)\ \text{мэВ}. \tag{1}$$

Здесь ρ – характерный масштаб флуктуации, N_c – число цветов.

На масштабах $\rho \sim R_c$ (R_c – радиус конфайнмента) делаются существенными непертурбативные флуктуации (например, инстантоны). При этом α_s еще мала ($N_c\alpha_s \sim 0{,}6 \div 0{,}8$) Непертурбативные эффекты приводят к резкому нарастанию $\alpha_s(\rho)$, так что переход от теории возмущений к режиму сильной связи происходит в узком интервале масштабов вблизи R_c. Такое заключение следует из рекурсионного подхода [2] и из численных экспериментов [3]. Кулоновское взаимодействие между кварками как функция расстояния R при $R = R_c$ (R_c^{-1} = 600 мэВ) резко сменяется законом σR (σ – коэффициент натяжения струны). К тому же выводу можно придти, если предположить, что вблизи R_c непертурбативный вклад в $\alpha_s(\rho)$ дается инстантонами [4].

Малость $\alpha_s(\rho)$ в интересующей нас области масштабов дает возможность для слабых полей записать эффективное действие (функционал от среднего поля) в локальной форме:

$$S_{eff}\,[A^a_\mu(x)] = -\frac{1}{16\pi\alpha_s(\rho)}\int d^4x\,[F^a_{\mu\nu}(x)]^2\,, \tag{2}$$

где ρ – характерный размер распределения поля (например, вдали от кварков— радиус струны, а вблизи кварка – расстояние до него); $\alpha_s(\rho)$ дается выражением:

$$\frac{1}{\alpha_s(\rho)} = \frac{\int d^4x\,d^4x'\,[E^a_n(x)E^a_n(x') + H^a_n(x)H^a_n(x')]\,\epsilon(x-x')}{\int d^4x\,[(E^a_n(x))^2 + (H^a_n(x))^2]}\,, \tag{3}$$

$$E^a_n = F^a_{0n}; \qquad H^a_n = \frac{1}{2}l_{nmk}F^a_{mk}\,,$$

здесь $F^a_{\mu\nu}$ взято на экстремали, т. е. удовлетворяет уравнениям движения. Этим соотношением устанавливается однозначная связь α_s с $\epsilon(x)$, а $\epsilon(x)$ просто связано с поляризационным оператором.

В присутствии статических кварков к эффективному действию добавляется слагаемое S_{int}:

$$S_{int} = \int d^4x\,j_0^{(3)}(\mathbf{x},t)\,A_0^{(3)}(\mathbf{x},t)\,, \tag{4}$$

$$j_0^{(3)}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}\left[\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_1) - \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_2)\right]. \tag{5}$$

$\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$ – координаты кварка и антикварка. Это справедливо в таких калибровках, в которых $A_0^{(1)}(\mathbf{x}_i) = A_0^{(2)}(\mathbf{x}_i) = 0$ в точках, где расположены заряды.

В этой работе мы ограничиваемся глюодинамикой, т. е. теорией не учитывающей кварковых флуктуаций. Кроме того, рассматривается случай слабых полей, что, как будет видно из дальнейшего, справедливо для одного кварка на конце струны.

Уравнения для среднего поля $A_\mu^a(x)$ будем получать, варьируя S_{eff} при фиксированном масштабе ρ, что означает, что на вариации вектор-потенциалов $\delta A_\mu^a(x)$ накладывается условие – они должны быть ортогональны к вариации, соответствующей бесконечно малому изменению радиуса струны $\delta_\rho A_\mu^a$:

$$\delta_\rho A_\mu^a(r,z) = \delta\rho \frac{\partial}{\partial\rho} A_\mu^a\left(\frac{r}{\rho}, z\right)\Big|_{\rho=1} = -\delta\rho\, r\frac{\partial}{\partial r} A_\mu^a(r,z). \tag{6}$$

Здесь r – расстояние от оси струны, а ось z совпадает с осью струны. Условие ортогональности запишется

$$\int_0^\infty r dr \int dz \left[r\frac{\partial}{\partial r} A_\mu^a(r,z)\right]\delta A_\mu^a(r,z) = 0. \tag{7}$$

Для того чтобы учесть это ограничение, к δS_{eff} нужно добавить условие (7) с произвольным множителем и, следовательно, уравнения дивжения принимают вид

$$\frac{\delta S_{eff}}{\delta A_\mu^a(x)} - \frac{2\lambda}{4\pi\alpha_s(\lambda)} g^{\mu\nu} r\frac{\partial}{\partial r} A_\nu^a(r,z) = 0. \tag{8}$$

Введем обозначение $\lambda = \rho^{-2}$. Как видно из решения, ρ играет роль характерного масштаба или "радиуса струны". Согласно (3) α_s – функция ρ (во втором слагаемом множитель $1/2\pi\alpha_s$ введен для удобства).

Можно показать, что система урванений (8) удовлетворяется, если оставить только две компоненты векторного потенциала

$$A_0^{(1)}(r,z) = \frac{1}{\rho}f(u); \qquad A_z^{(2)}(r,z) = \frac{1}{\rho}g(u); \qquad u = \frac{r}{\rho}. \tag{9}$$

Остальные компоненты равны нулю. При этом выборе A_μ^a отличны от нуля следующие компоненты глюоэлектрического и глюомагнитного полей

$$E_z^{(3)} = A_0^{(1)}A_z^{(2)} = \frac{1}{\rho^2}fg; \qquad E_r^{(1)} = -\frac{\partial A_0^{(1)}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho^2}f'(u);$$

$$H_\varphi^{(2)} = -\frac{\partial A_z^{(2)}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho^2}g'(u).$$

Поля $E_z^{(3)}, E_r^{(1)}$ и $H_\varphi^{(2)}$ должны убывать с ростом r, т. е. $f'(u)$, $g'(u)$ и $f\cdot g$ стремятся к нулю при $u\to\infty$. Можно убедиться, что нетривиальное решение системы (8) существует лишь в том случае, если $f(u)$ стремится к конечному пределу при $u\to\infty$.

Обозначим $f = \omega + \varphi(u)$, причем $\varphi(u)\to 0$ при $u\to\infty$. В принятых обозначениях уравнения (8) приводятся к виду

$$-\frac{1}{u}\frac{d}{du}\left(u\frac{d\varphi}{du}\right) + g^2(\omega+\varphi) = 2u\frac{d\varphi}{du}, \tag{10}$$

$$\frac{1}{u}\frac{d}{du}\left(u\frac{dg}{du}\right) + (\omega + \varphi)^2 g = -2u\frac{dg}{du} . \tag{11}$$

Найдем приближенное аналитическое решение уравнений (10), (11), используя малость α_s. Как мы увидим $\omega \sim 1$, $g \sim \alpha_s$, а $\varphi \sim \alpha_s^2$. Если пренебречь $\varphi(u)$, то из уравнения (11) находим, что

$$\omega^2 = 4; \quad g(u) = g_0 \exp(-u^2), \tag{12}$$

а из уравнения (10), что

$$\varphi(u) = \frac{\omega g_0^2}{2} \int_u^\infty \frac{dt}{t} e^{-t^2} (1 - e^{-t^2}). \tag{13}$$

Константа g_0 определяется из требования постоянства потока глюоэлектрического поля:

$$\Phi^{(3)} = \oint ds_n (E_n^{(3)}/\alpha_s).$$

Вблизи заряда имеется только радиальное поле $E_R^{(3)}$, направленное по третьей цветовой оси:

$$E_R^{(3)} = \frac{\alpha_s(R)}{R^2}\frac{\nu}{2},$$

где ν — число кварков. Поток $\Phi^{(3)} = 2\pi\nu$, а $R^2 = r^2 + z^2$. Если предположить, что поток приближенно сохраняется, то для определения g_0 получим условие:

$$\nu = \frac{1}{\alpha_s(\rho)} \int_0^\infty r dr E_z^{(3)}(r) = \frac{1}{\alpha_s(\rho)} \int_0^\infty u du f(u) g(u), \tag{14}$$

причем для одного кварка на конце струны $\nu \sim 1$.

Таким образом, с точностью до членов первого порядка по α_s

$$\alpha_s \nu = \omega \int_0^\infty u du g(u) = \frac{\omega_{\cup\cup}}{2}; \qquad g_0 = \alpha_s \nu. \tag{15}$$

Найдем коэффициент натяжения струны. Энергия, приходящаяся на единицу длины в нашей нормировке дается выражением:

$$\sigma(\rho) = \frac{1}{8\pi\alpha_s(\rho)} \int d^2 r \left[(E_z^{(3)})^2 + (E_r^{(1)})^2 + (H_\varphi^{(2)})^2 \right]. \tag{16}$$

Используя полученное решение при малых $\alpha_s(\rho)$

$$\sigma(\rho) = \frac{3\nu^2 \alpha_s(\rho)}{8\rho^2} \tag{17}$$

Для того, чтобы найти натяжение струны, нужно минимизировать энергию $\sigma(\rho)$ по ρ, что приводит к уравнению:

$$\frac{\partial \ln \alpha_s(\rho)}{\partial \ln \rho}\bigg|_{\rho=\rho_0} = 2, \tag{18}$$

из которого определяется радиус струны.

Чтобы определить шкалу ρ найдем $\alpha_s(\rho)$ из выражения (3) для малых ρ, когда $\epsilon(x)$ определяется теорией возмущений. В k-представлении $\epsilon(k) = (b/4\pi)\ln(k^2/\Lambda^2)$. Подстав -

ляя в (3) получаем:

$$\frac{4}{\alpha_s(\rho)} = \frac{b}{4\pi} \ln\left(\frac{c_1}{\Lambda^2\rho^2}\right) \equiv \frac{b}{4\pi} \ln\left(\frac{1}{\Lambda^2\rho_1^2}\right) ,$$

здесь $c_1 = 2\exp(^1/_3 - C) \simeq 1{,}57$ (C – постоянная Эйлера). Этот коэффициент и определяет шкалу ρ. По предположению $\alpha_s(\rho_1)$ резко (значительно быстрее, чем ρ^2) возрастает при $\rho_1 \simeq R_c$, поэтому оптимальное ρ_1 равно R_c, а $\rho_0^2 \simeq c_1 R_c^2$. Подставляя получившееся значение ρ_0 в (17), получаем оценку для коэффициента натяжения струны

$$\sigma R_c^2 \simeq \frac{3v^2\alpha_s(R_c)}{8c_1} .$$

Литература

1. *Politzer H.D.* Phys. Rev. Lett., 1973, **30**, 1346 ; *Gross D., Wilzeck F.* Phys. Rev. Lett., 1973, **30**, 1343.
2. *Мигдал А.А.* ЖЭТФ, 1975, **69**, 810.
3. *Bhanot G., Rebbi C.* Nucl. Phys., 1981, **B180** [FS2] 469.
4. *Callan G., Dashen R., Gross D.* Phys. Rev..1979, **D15**, 3279.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 декабря 1984 г.