Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 4, стр. 169 – 171 *25 февраля 1985 г.*

ПОЛЯ КАК ВОЗБУЖДЕНИЯ КВАНТОВАННЫХ КООРДИНАТ

Е.С.Фрадкин, А.А.Цейтлин

Предложен метод построения эффективного действия для полей, соответствующих возбуждениям квантованных координат протяженных объектов (струны, мембраны и т. п.). В низкоэнергетическом пределе эффективное действие включает кинетические члены для скалярного поля, гравитационного поля и поля антисимметричного тензора. Основное состояние теории определяется нетривиальными вакуумными значениями этих полей (что, в частности, решает проблему тахиона в теории бозе-струн).

В последнее время большое внимание привлекли попытки построения единой теории взаимодействия элементарных частиц (непротиворечиво включающей квантованную гравитацию), основанные на теории струн [1] и суперструн [2]. В настоящей статье мы предложим новый подход к формулировке такой теории, основанный не на амплитудах на массовой оболочке, а на ковариантном эффективном действии для всей (бесконечной) совокупности полей.

Основная идея заключается в том, что в качестве квантованного "перво-поля" в теории выступают координаты D-мерного пространства-времени M^D. Все фундаментальные поля соответствуют элементарным "возбуждениям" этого "перво-поля", являясь локальными функциями квантованных координат (и имея тензорную структуру, соответствующую спину "возбуждений")[1)]. В качестве "оператора координат" можно взять переменные струны (или мембраны) $x^i(z)$, $i = 1, \dots D$, которым отвечает известное ковариантное действие [4, 5] (интеграл по 2-мерному (3-мерному) внутреннему пространству $\{z^\mu\}$). Классические координаты пространства-времени y^i возникают как "средние" квантованных координат (как часть $x^i(z)$, не зависящая от внутренних координат z^μ). Ковариантное эффективное действие Γ для фундаментальных полей определяется континуальным интегралом по $x^i(z)$ (а также по метрикам на внутреннем пространстве). При этом действие I, стоящее в экспоненте, включает свободное действие струны I_0, а также всевозможные ковариантные члены с "источниками" $(\sum_n \int d^2z\, \partial x^{i_1} \dots \partial x^{i_n} B_{i_1 \dots i_n}(x(z)))$. Поля $B_{i_1 \dots i_n}$ (локальные функции от $x^i(z)$) являются функциональными аргументами Γ. Вакуумные значения полей находятся из условия обращения в нуль первой вариации Γ по всем полям. Устойчивость вакуума связана со второй производной Γ. Высшие производные Γ в вакуумной точке определяют амплитуды рассеяния на фоне устойчивого вакуума. Вся программа переносится на супер-случай заменой координат (x^i) на супер-координаты (x^i, θ^α) (переходом к суперструне).

Ниже мы рассмотрим вычисление Γ для случая замкнутых бозонных струн со свободным действием [4] $I_0 = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2z \sqrt{g} g^{\mu\nu} \partial_\mu x^i \partial_\nu x^i$ ($g_{\mu\nu}$ – метрика на 2-мерном внутреннем пространстве M^2, $\mu, \nu = 1, 2$). Ковариантное эффективное действие Γ определяется выражением

$$\Gamma [\Phi, G_{ij}, A_{ij}, \dots] = \sum_\chi e^{\sigma\chi} \int_{M^2_\chi} [dg_{\mu\nu}] \int [dx^i] \exp\left(-\frac{I}{\hbar}\right), \tag{1}$$

$$I = \int d^2z \sqrt{g}\, \Phi(x(z)) + \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2z \, \{\sqrt{g} g^{\mu\nu} \partial_\mu x^i \partial_\nu x^j G_{ij}(x(z)) + \epsilon^{\mu\nu} \partial_\mu x^i \partial_\nu x^j A_{ij}(x(z)) \} + \dots , \tag{2}$$

[1)] Отметим, что в другой связи идея некоммутативности координат с полями была впервые выдвинута Марковым [3].

где Φ, G_{ij} и A_{ij} – соответственно скалярное, гравитационное (метрика) и антисимметричное тензорное поле. Старшие члены в (2) отвечают полям с "высшими спинами" ($s > 2$) ($\partial x^{i_1} \ldots \partial x^{i_n} B_{i_1 \ldots i_n}$); $[dx^i] = \prod_z dx^i \sqrt{G}$, $G = \det G_{ij}$. Суммирование идет по эйлеровой характеристике замкнутого компактного пространства M^2, т. е. по числу "ручек" n ($\chi = 2 - 2n$); $\sigma = \mathrm{const}$. Инвариантность (2) относительно общековариантных преобразований в M^D и калибровочных преобразований $\delta A_{ij} = \partial_i \lambda_j - \partial_j \lambda_i$ обеспечивает "безмассовость" G_{ij} и A_{ij} в Γ; все остальные поля являются массивными. I_0 инвариантно относительно $x^i \to x^i + \mathrm{const}$, так что "стат-сумма" свободной струны $\Gamma[0, G_{ij} = \delta_{ij}, 0, \ldots]$ содержит фактор объема $\int d^D y$. При наличии полей этот интеграл по "нулевой моде" уже не тривиален, т. е. Γ дается интегралом по пространству-времени M^D. Выделение интеграла по классическим "координатам" y^i осуществляется стандартным путем: $x^i(z) = y^i + u^i(z)$, $\int dx F[x] = \int d^D y \int [du] F[y+u]$, $[du] = du\, \delta^{(D)}(P^i(y,u))\, Q(y,u)$. $P = 0$ нарушает инвариантность $u \to u + \mathrm{const}$, а $Q = \det \dfrac{\partial P(u+a)}{\partial a}\Big|_{a=0}$. В результате Γ принимает вид

$$\Gamma = \int d^D y \sqrt{G(y)}\; \mathcal{L}\,(\Phi(y), D_i \Phi(y), \ldots;\; G_{ij}(y), R^i_{jkl}(y), \ldots;\; F_{ijk}(y), \ldots), \tag{3}$$

где D_i есть ковариантная производная относительно G_{ij}, R^i_{jkl} есть тензор кривизны G_{ij}, а F_{ijk} – напряженность A_{ij}. Разложение по $\alpha' \to 0$ отвечает разложению по петлям интеграла по u^i. Для получения ковариантной теории возмущений удобно использовать геодезические координаты в окрестности точки y^i, заменяя u^i на $\sigma^i = u^i - \frac{1}{2}\Gamma^i_{jk}(y) u^j u^k + \ldots$, и выбирая $P^i = \int d^2 z \sqrt{g}\,\sigma^i$. Ограничиваясь первым членом (с $\chi = 2$) в сумме (1) ("древесным" приближением в теории струны), и вычисляя интеграл по метрикам в квазиклассическом приближении (т. е. интегрируя по замкнутым поверхностям M^2, "мало отличающимся" от сферы) мы находим

$$\Gamma \simeq -c\,(2\pi\alpha')^{-D/2} \int d^D y \sqrt{G}\,\{ \Omega^2 - \alpha' (\partial_i \Omega)^2 (a_1 + a_2 \ln\Omega) + \alpha'\Big(R - \frac{1}{4} F_{ijk} F^{ijk}\Big)(b_1 + b_2 \ln\Omega) + O(\alpha'^2) \}, \tag{4}$$

$$a_1 = \nu(5+2\nu)(1+\nu)^{-2},\quad a_2 = -2\nu(1+\nu)^{-3},\quad b_1 = \frac{1}{4},\quad b_2 = -\frac{1}{2}(1+\nu)^{-1},$$

где $\nu = 1/6\ (D - 25)$, если $D < 26$ и $\nu = 1$, если $D = 26$; $\Omega = (\Lambda^{-2}\nu^{-1}\Phi)^\gamma$, $\gamma = -(1+\nu)/2$ ($\Lambda \to \infty$ – обрезание в 2-мерной теории). Основное состояние теории определяется классическими уравнениями, отвечающими (4). Предполагая максимальную симметричность вакуума ($\Omega = \mathrm{const}$, $B_{ijkl\ldots} = 0$) мы получаем:

$$R - \frac{1}{4} F_{ijk} F^{ijk} = \mu^2 N_1,\quad D_i F^{ijk} = 0,$$

$$R_{ij} - \frac{3}{4} F_{imn} F_j^{\ mn} = \mu^2 N_2 G_{ij},\quad \mu^2 = 1/\alpha', \tag{5}$$

$$N_1 = -2(b_2 + 2\Delta)^{-1},\quad N_2 = b_2[2\Delta(b_2 + 2\Delta)]^{-1},\quad \Delta \equiv b_1 + b_2 \ln\Omega .$$

Общее решение (5) отвечает выделенности 3-мерных подпространств за счет $F_{ijk} \sim \epsilon_{ijk}$ (ср. [6]) (решения с плоским пространством M^D отсутствуют). В этом случае

$$R_{ab} = \mu^2 N_3 G_{ab},\quad R_{\alpha\beta} = \mu^2 N_2 G_{\alpha\beta},\quad F_{ijk} F^{ijk} = 4(N_3 - N_2),$$
$$N_3 = [4\Delta - (D-2) b_2][4\Delta(b_2 + 2\Delta)]^{-1};\quad a, b = 1, 2, 3,\quad \alpha, \beta = 4, \ldots, D. \tag{6}$$

Решения (6) отвечают "эффективному" пространству-времени в виде 3-мерного пространства (анти) де Ситтера, "умноженному" на внутреннее $(D-3)$-мерное пространство (например S^{D-3}). Уравнения (5) допускают также решения с "внутренним" пространством в виде произведения 3-сфер $S^3 \times \ldots \times S^3$ (при этом $F_{ijk} \sim \epsilon_{ijk}$ для каждой из сфер). Среди решений (6) имеются стабильные, что означает, что проблема тахиона в теории бозонной струны может быть решена за счет образования нетривиальных фоновых значений скалярного, гравитационного и антисимметричного тензорного поля, отвечающих истинному вакууму теории.

Найдя вакуумные значения полей, мы можем поставить вопрос о том, обладают ли амплитуды, вычисленные на фоне этого вакуума разумными физическими свойствами, т. е. является ли теория струны на найденном нетривиальном фоне непротиворечивой. Одним из необходимых условий непротиворечивая (отсутствие "духов") является конформная инвариантность 2-мерной теории с действием (2), взятым при вакуумных значениях Ф, G_{ij}, A_{ij}, ... Для найденного выше вакуума теории бозонной струны ($G_{ij} \sim$ метрика $S^3 \times \ldots$, $F_{ijk} \sim \epsilon_{ijk}$) (2) включает (для каждого S^3-фактора) действие для $SU(2)$-сигма-модели с членом Весса – Зумино с соотношением констант, отвечающему нулю β-функции, т. е. конформно-инвариантной теории [7]. Требование конформной инвариантности может позволить найти основное состояние без разложения Г по $\alpha' \to 0$. Дело в том, что анализ компактификации на основе разложения Г по α' справедлив лишь, если размер r компактных измерений существенно больше $\sqrt{\alpha'}$ (размера струны), т. е. мы сталкиваемся с проблемой получения естественной иерархии $r \gg \sqrt{\alpha'}$. Возможный метод вычисления Г (1) без использования разложения по α' основан на задании определенного *"анзаца"* для вакуумных значений полей и разложении Г по степеням отклонения полей от вакуумных значений (квазиклассическое вычисление соответствующих коэффициентов, дающих амплитуды на фоне нетривиального вакуума будет проводиться с учетом предэкспоненциальных множителей).

Таким образом, развитый подход позволяет корректно сформулировать и решить задачу о нахождении основного состояния в теории струн. Ввиду этого, особый интерес представляет его обобщение на теорию суперструн [2], в которой основное состояние должно отвечать шести компактным пространственным изменениям.

Литература

1. *Scherk J., Schwarz J.H.* Nucl. Phys., 1974, **B81**, 118.
2. *Schwarz J.H.* Phys. Reports, 1982, **89**, 223; *Green M.B., Schwarz J.H.* Preprint CALT-68-1194, 1984. Phys., Lett., 1984, **149B**, 117.
3. *Марков М.А.* ЖЭТФ, 1940, **10**, 1311.
4. *Brink L., Di Vecchia P., Howe P.S.* Phys. Lett., 1976, **65B**, 471; *Polyakov A.M.* Phys. Lett., 1981, **103B**, 207.
5. *Sugamoto A.* Nucl. Phys., 1983, **B215**, 381.
6. *Freund P.G.O., Rubin M.A.* Phys. Lett., 1980, **97B**, 223.
7. *Witten E.* Commun. Math. Phys., 1984, **92**, 455.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
8 января 1985 г.