Письма в ЖЭТФ

Т. 9 *1969* *Вып. 2*

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ ВБЛИЗИ ПАРАМАГНИТНОЙ ПРИМЕСИ

А.И.Русинов

В работе [1] показано, что внесение в сверхпроводник малого количества ($\lesssim 1\%$) парамагнитных примесей оказывает сильное влияние на его свойства. В частности, энергетическая щель в спектре такого сплава не совпадает более с величиной параметра упорядочения Δ. Расчет [1] был выполнен в борновском приближении по потенциалу примеси. Ниже будет показано, что учет полной амплитуды рассеяния электронов на магнитной примеси в случае сверхпроводника приводит к ряду интересных результатов.

Сначала рассмотрим случай одной примеси (помещенной в начале координат) с взаимодействием вида

$$\hat{V}(r) = 2\pi/m[U(r) + J(r)\sigma\mathbf{S}], \qquad (1)$$

где $\mathbf{S}$ – спин примеси, который мы будем считать классическим вектором. Учет квантовых свойств $\mathbf{S}$ приводит к известной аномалии Кондо [2], которая возникает и в несверхпроводящем состоянии металла. Сделанное выше допущение, по-видимому, оправдано, если спин примеси достаточно велик. Спектр сверхпроводника при $T = 0$ при наличии внешнего поля $\hat{V}$ определяется следующей системой уравнений для коэффициентов (u, v) преобразования Боголюбова [3]:

$$\epsilon u_\alpha(\mathbf{r}) = (p^2/2m - \mu)u_\alpha(\mathbf{r}) + V_{\alpha\beta}(r)u_\beta(\mathbf{r}) + i\Delta(\mathbf{r})\sigma^y_{\alpha\beta}v_\beta(\mathbf{r}),$$

$$\epsilon v_\alpha(\mathbf{r}) = -(p^2/2m - \mu)v_\alpha(\mathbf{r}) - V_{\alpha\beta}(r)v_\beta(\mathbf{r}) - i\Delta(\mathbf{r})\sigma^y_{\alpha\beta}u_\beta(\mathbf{r}) \qquad (2)$$

($\epsilon > 0$). Система (2) распадается на две независимые системы для пар $(u_\uparrow, v_\downarrow)$ и $(u_\downarrow, v_\uparrow)$, которые получаются одна за другой при изменении знака J. Выберем $\mathbf{S}$ вдоль оси z и предположим, что параметр Δ не зависит от координат (в этом мы убедимся ниже). Переходя к фурье-представлению и разлагая функции $u(\mathbf{p})$, $v(\mathbf{p})$, $V(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$ в ряд по гармоникам, находим

$$u_{\ell\downarrow}(\xi) = p_0 \frac{(U_\ell + J_\ell S)(\epsilon + \xi)\bar{u}_{\ell\downarrow} - \Delta(U_\ell - J_\ell S)v_{\ell\uparrow}}{\epsilon^2 - \Delta^2 - \xi^2},$$

$$v_{\ell\uparrow} = p_0 \frac{-(U_\ell - J_\ell S)(\epsilon - \xi)v_{\ell\uparrow} + \Delta(U_\ell + J_\ell S)\bar{u}_{\ell\downarrow}}{\epsilon^2 - \Delta^2 - \xi^2}, \qquad (3)$$

где $\bar{f} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,d\xi/\pi$, $\xi = (p^2/2m) - \mu$ и p_0 – фермиевский импульс. Фигурирующие здесь выражения вида $U_\ell \pm J_\ell S$ представляют собой ℓ-ую гармонику полной амплитуды рассеяния электрона со спином, направленным соответственно вверх или вниз, в нормальном металле на атоме примеси. Она возникает из затравочного взаимодействия (1) путем учета обычным образом [4] далекой от ферми-поверхности области импульсов.

Покажем, что система (3) допускает решения для энергий ϵ, лежащих внутри энергетической щели чистого сверхпроводника. Действительно, выполнив интегрирование по ξ и приравняв нулю детерминант получающейся системы, находим

$$\epsilon_\ell = \Delta \frac{1 + (p_0 U_\ell)^2 - (p_0 J_\ell S)^2}{\sqrt{[1 + (p_0 U_\ell)^2 - (p_0 J_\ell S)^2]^2 + 4(p_0 J_\ell S)^2}} < \Delta \qquad (4)$$

для $J < 0$. При $J > 0$ тот же результат получается для пар $(u_\uparrow, v_\downarrow)$. Формула (4) приобретает особенно простой вид, если ввести фазы рассеяния $\delta_\ell^\pm$:

$$\epsilon_\ell = \Delta\cos(\delta_\ell^+ - \delta_\ell^-), \quad U_\ell \pm J_\ell S = \operatorname{tg}\delta_\ell^\pm. \qquad (4')$$

Отсюда видно, что для немагнитной примеси ($\delta_\ell^+ = \delta_\ell^-$) спектр возбуждений начинается с Δ, как следовало ожидать. Для чисто обменного рассеяния ($\delta_\ell^+ = -\delta_\ell^-$) имеем $\epsilon_\ell = \Delta\cos 2\delta_\ell$. Таким образом, при наличии парамагнитной примеси в системе имеется ряд дискретных уровней внутри запрещенной полосы, порядок их следования определяется величиной разности $\delta_\ell^+ - \delta_\ell^-$ для различных гармоник. Происхождение уровней имеет ясный физический смысл, состоящий в том, что спин примеси стремится поляризовать спины электронов куперовской пары в одну сторону, в результате чего ее энергия связи понижается. Волновые функции этих состояний легко вычислить. Здесь мы ограничимся наиболее простым случаем изотропного рассеяния ($\ell = 0$). Для расстояний, бо́льших по сравнению с атомными ($rp_0 >> 1$)

$$u_{0\uparrow},\ v_{0\uparrow} \quad \frac{\sin(p_0 r - \delta_0^{\pm})}{p_0 r}\, e^{-r/\xi\, |\sin(\delta_0^+ - \delta_0^-)|}, \qquad (5)$$

где $\xi = \hbar v_F/\Delta$ – длина когерентности сверхпроводника при $T = 0$. Волновые функции (5) описывают состояния, локализованные вблизи примеси на расстояниях $r \sim \xi/|\sin(\delta_0^+ - \delta_0^-)| = \xi(1 - \epsilon_0^2/\Delta^2)^{-1/2}$. В нормальном металле ($\xi = \infty$) формулы (5) описывает свободный электрон в центрально-симметричном поле.

Изменение параметра $\Delta_1(r)$ под влиянием примеси можно найти, зная систему функций $(u,\ v)$ для непрерывного спектра. Для изотропного рассеяния при $T = 0$ результат имеет вид:

$$\frac{\Delta_1(r)}{\Delta} = -\frac{\sin^2(\delta_0^+ - \delta_0^-)}{(p_0 r)^2}\,\phi(r/\xi) \qquad \text{при } r \lesssim \xi, \qquad (6)$$

где $\phi(x)$ – безразмерная функция порядка единицы. Стоящий в знаменателе фактор $(p_0 r)^2$ обеспечивает малость, упомянутую выше, относительного изменения Δ. Наибольшее изменение происходит на расстояниях $r \sim v_F/\tilde{\omega}$ и составляет величину $\sim 10^{-4}$.

Аналогичным образом можно рассмотреть случай двух примесей, находящихся на расстоянии R друг от друга. Сразу ясно, что возникающее расщепление и смещение уровней изолированных примесей будет малым для $Rp_0 \gg 1$ вследствие наличия в (5) быстро осциллирующего множителя $\sin(p_0 R \pm \delta)_{p_0 R}$. Для примесей с антипараллельными спинами уровень энергии остается вырожденным и определяется выражением

$$\bar{\epsilon}_{\uparrow\downarrow} = \epsilon_0 \left[1 + \frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{tg}^2 2\delta}{(p_0 R)^2}\, e^{-(2R/\xi)\sin 2\delta}\right] \qquad (7)$$

для чисто обменного изотропного рассеяния ($\delta^+ - \delta^- = \delta$). Черта означает, что произведено усреднение на расстояниях $R \gg p_0^{-1}$. Для случая параллельных спинов соответствующее выражение имеет вид:

$$\bar{\epsilon}_{\uparrow\uparrow} = \epsilon_0 \left[1 + \frac{1}{4}\,\frac{\sin^2 2\delta}{(p_0 R)^2}\left(1 + \frac{4R\sin 2\delta}{\xi}\right) e^{-(2R/\xi)\sin 2\delta}\right]. \qquad (8)$$

В последнем случае происходит расщепление уровней, имеющее осциллирующий характер

$$\epsilon = \epsilon_0 \left[1 \pm \mathrm{tg}\, 2\delta \, \frac{\sin p_0 R}{p_0 R} \, e^{-(R/\xi)\sin 2\delta} \right]; \qquad (9)$$

знак минус (плюс) относится к симметричному (антисимметричному) решению относительно центра пары примесей. Усреднение выражений (7) и (8) по всему образцу для конечных концентраций примесей приводит к выводу, что изолированные уровни перестают существовать, когда длина пробега электронов становится сравнимой с длиной когерентности ξ. Если рассеяние не является слишком слабым, это отвечает концентрациям, при которых сверхпроводимость в системе разрушается полностью.

Автор благодарен Л.П.Горькову, А.И.Ларкину, И.Е.Дзялошинскому за интерес к работе и Г.М.Элиашбергу за критические замечания.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
28 ноября 1968 г.

Литература

[1] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков. ЖЭТФ, 39, 1781, 1960.

[2] J. Kondo. Progr. Theor. Phys., 33, 575, 1965.

[3] П. де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., Изд. Мир, 1968, гл. 8.

[4] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, 1962, гл. 5.