Письма в ЖЭТФ

Т. 9 1969 Вып. 2

ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА В ТОЧЕЧНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОНТАКТАХ

Л.Г.Асламазов, А.И.Ларкин

В экспериментах [1] наблюдалось излучение из точечного сверхпроводящего контакта при пропускании через него постоянного тока. Облучение контакта внешним электромагнитным полем приводило к появлению ступенек на его вольт-амперной характеристике. В настоящей работе изучалась электродинамика таких контактов. Показано, что точечный контакт сверхпроводящих электродов обладает некоторыми свойствами джозефсоновского элемента; это хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Ниже предполагается, что размер контакта мал по сравнению с размером пары ξ и глубиной проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Влияние собственного магнитного поля на ток через контакт можно не учитывать. На расстояниях от места контакта много меньших, чем ξ, параметр порядка Δ быстро меняется с расстоянием. В этой области его зависимость от координат находится из уравнения

$$\nabla^2\Delta = 0 \tag{1}$$

где через ∇^2 обозначен оператор Лапласа; на поверхности сверхпроводника $\partial\Delta/\partial n = 0$. На расстояниях порядка и больших ξ уже существенны нелинейные члены. Будем предполагать, что в этой области плотность тока мала по сравнению с критической и поэтому Δ равно ее значению в массивном сверхпроводнике.

Решение уравнения (1) можно написать в виде суммы двух членов

$$\Delta = \Delta_M[f(r)e^{i\chi_1} + (1 - f(r))e^{i\chi_2}], \tag{2}$$

где $f(r)$ – решение уравнения (1), которое асимптотически стремится к единице при удалении от места контакта в сторону одного из сверхпроводников и к нулю при удалении в сторону другого. Фазы χ_1 и χ_2 не зависят от координат, но могут зависеть от времени.

Предполагая, что длина свободного пробега электронов в контакте много меньше его размера, а температура близка к критической для плотности тока имеем выражение

$$\mathbf{j} = -\sigma \nabla \phi - i C (\Delta \nabla \Delta^* - \Delta^* \nabla \Delta), \tag{3}$$

где первое слагаемое это плотность нормального тока (σ – проводимость металла в нормальном состоянии, ϕ – скалярный потенциал), константа C найдена в работе [2].

Потенциал ϕ удовлетворяет уравнению (1) и тому же граничному условию на поверхности сверхпроводника, как и Δ. Поэтому он выражается через функцию $f(\mathbf{r})$: $\phi = f(\mathbf{r}) V + \phi_{-\infty}$, где $V = \phi_{+\infty} - \phi_{-\infty}$ напряжение на контакте. Подставляя это выражение и выражение (2) в формулу (3) получим

$$\mathbf{j} = -\nabla f(\mathbf{r}) [\sigma V - C \Delta_M^2 \sin(\chi_2 - \chi_1)]. \tag{4}$$

В сверхпроводнике вдали от контакта, где Δ и ϕ не зависят от координат, имеются соотношения $\dot{\chi}_{1,2} = (\hbar/2e)\phi_{\pm\infty}$. Интегрируя выражение (4) для плотности тока по сечению контакта, получим уравнение

$$IR = V + I_K R \sin(2e/\hbar \int V dt), \tag{5}$$

где I – заданный полный ток через контакт, R – сопротивление контакта в нормальном состоянии, I_K – критический ток контакта, равный $C\Delta^2/\sigma R$. В случае грязного металла ($l \ll \hbar v_f / T_c$, где l – длина свободного пробега электронов) имеем $R I_K = \pi \Delta^2 / e T$.

Для контакта, имеющего форму однополостного гиперболоида вращения с размером шейки a и углом раствора 2θ, сопротивление $R = \mathrm{ctg}(\theta/2)/\sigma a$. При $\theta = \pi/2$ эта формула дает сопротивление отверстия диаметром a в тонком слое, изолирующем два металла.

Уравнение (5) имеет тот же вид, как и в случае двух сверхпроводников, разделенных нормальным металлом [3]. При $I \leqslant I_K$ оно имеет решение $V = 0$ и через контакт течет постоянный сверхпроводящий ток. Если через контакт течет постоянный ток $I > I_K$, то на контакте возникает переменное напряжение. Решая уравнение (5) находим

$$V = \frac{RI(1 - \gamma^2)}{1 - \gamma + 2\gamma \sin^2\left(\frac{eRI}{\hbar}\sqrt{1 - \gamma^2}\, t\right)}; \quad \gamma = \frac{I_K}{I}. \tag{6}$$

Из формулы (6) следует, что при γ близком к единице зависимость напряжения от времени представляет собой узкие периодические импульсы, имеющие лоренцовскую форму; если $\gamma \ll 1$, то напряжение меняется по гармоническому закону.

Разлагая выражение (6) в ряд Фурье, получим

$$V = \bar{V}\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1-\sqrt{1-\gamma^2}}{\gamma}\right)^n \cos n\omega_0 t\,; \quad \omega_0 = \frac{2e\bar{V}}{\hbar}, \tag{7}$$

где среднее напряжение на контакте дается формулой

$$\bar{V} = R\sqrt{I^2 - I_K^2}, \tag{8}$$

которая представляет собой вольт-амперную характеристику элемента. Амплитуды гармоник переменного напряжения убывают по закону геометрической прогрессии.

При помещении образца во внешнее электромагнитное поле с частотой ω полный ток через контакт становится переменным. В этом случае в левой части уравнения (5) $I(t) = I_0 + I_1 \sin\omega t$, где I_1 пропорционально амплитуде внешнего поля и обычно мало по сравнению с I_0.

Изменение вольт-амперной характеристики контакта происходит во втором порядке по I_1, кроме случая $\hbar\omega = 2e\bar{V}$. Найдем зависимость среднего тока I_0 от среднего напряжения на контакте $\bar{V}$ при заданной амплитуде переменного тока I_1. Напряжение на контакте можно написать в виде: $V = V_0 + V_1$, где зависимость V_0 от времени дается формулой (6)со сдвигом фазы по отношению к $I(t)$ на произвольную величину δ, в которой параметр I связан с $\bar{V}$ по формуле (8); $\bar{V}_1$ равно нулю. Напряжение V_1 пропорционально I_1 и определяется из уравнения

$$V_1 + \frac{2e}{\hbar}V_K\cos\left(\frac{2e}{\hbar}\int V_0\,dt\right)\int V_1\,dt = RI_1\sin\omega t + RI_0 - \sqrt{\bar{V}^2 + V_K^2},$$

$$V_K = RI_K. \tag{9}$$

Решив это уравнение, из условия $\bar{V}_1 = 0$ получим связь среднего тока I_0 со средним напряжением $\bar{V}$

$$RI_0 = \sqrt{\bar{V}^2 + V_K^2} + \frac{V_K I_1 R}{\sqrt{\bar{V}^2 + V_K^2}}\sin\left(\frac{2e\bar{V}t}{\hbar} - \omega t - \delta\right). \tag{10}$$

Второй член этого выражения отличен от нуля только при $\omega = 2e\bar{V}/\hbar$. В этом случае при заданном среднем напряжении на контакте средний ток меняется в зависимости от величины разности фаз δ колебаний внешнего поля и возникающих в контакте собственных колебаний. Обычно на эксперименте задают средний ток через контакт. Тогда на вольт-амперной характеристике появляется ступенька, горизонтальный отрезок которой ($\overline{V} = \mathrm{const}$), соответствует изменению δ от 0 до $\pi/2$. В следующих порядках по I_1, аналогично возникают ступеньки при кратных частотах.

Полученное соотношение между протекающим через контакт средним током и разностью фаз δ можно проверить наблюдая, например, интерференцию между внешним и собственным излучением. При значениях тока, соответствующих ступеньке на вольт-амперной характеристике, мощность излучения из контакта, облучаемого внешней частотой, будет увеличиваться пропорционально $V_1 \sin\delta$, где V_1 – первая гармоника напряжения на контакте, определяемая из формулы (7). Отметим, что этот эффект пропорционален V_1 и поэтому обнаружить его легче, чем непосредственное излучение из контакта, пропорциональное V_1^2.

В переменном поле уменьшается критический ток контакта. При нулевом среднем напряжении на контакте во втором порядке по I_1, для среднего тока получаем выражение

$$I = I_{\text{к}} \sin\chi_0 \left[1 - \frac{(eRI_1)^2}{(\hbar\omega)^2 + e^2 V_{\text{к}}^2 \cos^2\chi_0} \right]. \qquad (11)$$

Для не слишком малых частот ω максимальному значению тока соответствует χ_0 близкое к $\pi/2$.

Описанная картина нестационарных явлений в сверхпроводящих контактах, размером $a << \xi$ имеет место, когда ток через контакт не слишком велик: $I << I_{\text{к}}\, \xi/a$. В случае грязного металла $\xi^2 \sim \hbar l v_F/(T_c - T)$. Для очень острых контактов с малым углом раствора θ надо заменить a на параметр a/θ. Ограничение на ток следует из условия, что на расстояниях от места контакта порядка ξ, где существенны нелинейные эффекты, плотность тока I/ξ^2 должна быть много меньше критической плотности $C\Delta^2/\xi$. Для узких контактов оно выполняется в широкой области токов. При больших токах и в широких контактах нестационарные явления возникают в области, размер которой больше чем ξ.

В обычных элементах Джозефсона планка диэлектрика, разделяющая сверхпроводники, может содержать металлические перемычки, каждая из которых – сверхпроводящий контакт с $\theta = \pi/2$. Полученные результаты показывают, что наличие таких перемычек качественно не меняет картину эффекта Джозефсона.

Авторы благодарны Л.П.Горькову, И.Я.Краснополину и Г.М.Элиашбергу за полезные обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
2 декабря 1968 г.

Литература

[1] A.H.Dayem, C.C.Grimes. Appl. Phys. Lett., 9, 47, 1966; J.E.Zimmerman, J.A.Cowen, A.H.Silver. Appl. Phys. Lett., 9, 353, 1966; И.Я.Краснополин, М.С.Хайкин. Письма в ЖЭТФ, 6, 633, 1967; J.E.Zimmerman, A.H.Silver. Phys. Rev. Lett., 19, 14, 1967.

[2] Л.П.Горьков. ЖЭТФ, 37, 1407, 1959.

[3] Л.Г.Асламазов, А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, 55, 323, 1968.