Письма в ЖЭТФ

Т. 9 *1969* *Вып. 4*

ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА В СВЕРХТЕКУЧЕМ He ВБЛИЗИ λ-ТОЧКИ

В.Л.Покровский, И.М.Халатников

Вопрос о поглощении звука вблизи λ-точки рассматривался в работе Ландау и Халатникова [1] на основе теории фазовых переходов Ландау (см. [2]). Экспериментально доказано [3], что термодинамическая теория Ландау неприменима в случае λ-перехода. Поэтому мы вновь рассмотрим этот вопрос и покажем, что результат Ландау и Халатникова в известном смысле остается справедливым в значительно более широких предположениях.

Будем считать, что критические явления описываются только одной характерной длиной ξ, совпадающей с радиусом корреляции фазы волновой функции. Это предположение выполняется в теории статического и динамического подобия (см. [4, 5]). Однако, есть и другие возможности осуществить наше основное предположение. В частности, ему удовлетворяет теория Ландау.

Механизм диссипации – передача энергии первого звука второму, который вблизи точки перехода ведет себя аномально: скорость его u_2 падает, а область волновых векторов k, в которой он определен, имеет порядок ξ^{-1}. Обычный звук – колебания плотности – не играет существенной роли в критических явлениях. Поэтому можно ожидать, что диссипация определяется лишь одной характерной частотой $1/\tau$, которая в случае He II равна u_2/ξ (см. [6]).

Покажем, что зависимость $1/\tau$ от $\epsilon = (T - T_\lambda)/T_\lambda$ в указанных предположениях универсальна, т.е. не содержит критических индексов. Как и в теории [1], $1/\tau \sim \epsilon$. Действительно, величина $\hbar^2/m^2 |\nabla\psi|^2 \sim \hbar^2\rho_s/m^2\xi^2$ – особая часть термодинамического потенциала ϕ. Поэтому $\hbar^2\rho_s/m^2T_\lambda\rho\epsilon^2\xi^2$ ведет себя как особая часть теплоемкости C.

Используем известное выражение (см. [7]) для u_2^2: $u_2^2 = \rho_s\sigma^2T/\rho_nC$ (σ – энтропия, ρ_n – нормальная плотность). Из приведенных соотношений следует универсальный закон $1/\tau \sim (mT_\lambda\sigma/\hbar)\epsilon$. Максимум поглощения звука будет лежать в области частот $\omega\tau \sim 1$. Подчеркнем, что первый звук существует как при более низких, так и при более высоких частотах. Имеет смысл его рассматривать до частот порядка частоты межатомных столкновений $\nu_a \gg 1/\tau$. Второй же звук существует только до $\omega\tau \sim 1$. Эта оценка совпадает с $k\xi \sim 1$, как принято в динамической теории подобия [5]. Кинетическое уравнение, описывающее приближение параметра порядка ψ к состоянию равновесия, имеет вид:

$$i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = -i\Lambda \frac{\partial\phi}{\partial\rho_s} m\psi + \text{недиссипативные члены} \qquad (1)$$

(подробнее см. [8]). Предполагается, что при малых частотах движения величина $\partial\psi/\delta t$ может быть разложена в ряд по $\partial\phi/\partial\rho_s$. Это предположение является естественным, поскольку при любом $\epsilon \neq 0$ точка $\omega = 0$ является аналитической. Безразмерный кинетический коэффициент Λ, описывающий диссипацию, должен быть составлен из величин, характеризующих второй звук u_2, ξ, а также величин m и $\hbar$. Предполагается, что от числа частиц $n\xi^3$ в объеме с линейными размерами ξ затухание не зависит, а следовательно, оно не зависит от $\rho = nm$[1]. Поскольку механизм диссипации состоит в передаче энергии квантам второго звука, естественно считать, что $\Lambda \sim u_2$. Все сказанное приводит однозначно к формуле, справедливой с точностью до численного коэффициента $\Lambda = mu_2\xi/\hbar$. В теории Ландау Λ стремится к постоянному значению в точке перехода.

Оценим время релаксации:

$$\tau^{-1} \sim \Lambda(\partial\phi/\partial\rho_s)(m/\hbar) \sim (mu_2\xi/\hbar)(\hbar^2/m^2\xi^2)(m/\hbar) \sim (u_2/\xi),$$

что совпадает с вышеприведенным определением τ.

Распространение звука описывается уравнениями двухжидкостной гидродинамики, дополненными уравнением (1) (см. [7, 8]). Решение дисперсионного уравнения, соответствующее первому звуку, имеет вид:

$$1/u_1^2 = (1/u_0^2) - [(1/u_{10}^2) - (1/u_\infty)]\, i\omega\tau/(1 + i\omega\tau), \qquad (2)$$

где $u_1 = \omega/k$, u_{10} – скорость низкочастотного звука $[u_{10}^2 = (\partial p/\partial\rho)_\pi$, $u_{1\infty}$ – скорость высокочастотного звука $(1/\tau \ll \omega \ll \nu_a)$. Разность в квадратных скобках в формуле (2) равна:

$$(1/u_{10}^2) - (1/u_{1\infty}^2) = [(\rho_s/\rho)_T(\rho_T/\sigma_T) - \rho^2(\rho_s/\rho)_p]^2(\partial^2\phi/\partial\rho_s^2)1/\rho. \qquad (3)$$

---

[1] Исключается также зависимость от ρ_s, так как она уже включена по предположению в $\partial\phi/\partial\rho_s$.

Время τ в формуле (2) равно $[2\Lambda m\rho_s/h(\partial^2\phi/\partial\rho_s^2)_{\sigma = \mathrm{const}}]^{-1}$. В формуле (3) производная $\partial^2\phi/\partial\rho_s^2$ берется при постоянной энтропии σ. Связь ее с изотермической производной следующая: $(\partial^2\phi/\partial\rho_s^2)_{\sigma = \mathrm{const}} = C/C_{\rho s}(\partial^2\phi/\partial\rho_s^2)_{T = \mathrm{const}}$. Здесь $C_{\rho s}$ – теплоемкость при заданном значении ρ_s. Индексы T, p означают дифференцирование. В качестве независимых переменных выбираются T и p. При любой степенной зависимости ϕ от ϵ слагаемые в квадратных скобках в (3) в главном порядке сокращаются. В первом неисчезающем порядке по ϵ разность $v_{1\infty}^2 - v_{10}^2$ ϵ^a, где a – критический индекс теплоемкости. Таким образом при подходе к Λ-точке разница между $v_{1\infty}$ и v_{10} стремится к нулю. Это связано с уменьшением фазового объема незатухающего второго звука.

Затухание первого звука при $\omega\tau \ll 1$ растет с уменьшением ϵ по закону ϵ^{-1+a}, что согласуется с последними измерениями Бармача и Рудника [9]. При $\omega\tau \sim 1$ имеется максимум поглощения.

Следует заметить, что распространение первого звука не укладывается в схему подобия в том смысле, что частота его не является однородной функцией вида $\omega = k^y\phi(k\xi)$. Это не удивительно, так как первый звук переносит флуктуации плотности, а не фазы.

Для второго звука в области малых частот $\omega\tau \ll 1$ дисперсионное уравнение выглядит следующим образом:

$$v_2^2 = v_{20}^2[1 + i\,\omega\tau\,(\partial^2\phi/\partial\rho_s^2)\rho/\sigma_T((\rho_s/\rho)_T + C/T_\lambda\rho)^2]. \qquad (4)$$

Отметим, что коэффициент при $i\omega\tau$ не зависит от ϵ при любом значении критического индекса a и по порядку величины равен единице. Для второго звука $\omega\tau \sim k\xi$, и поэтому формула (4) представляет первые два члена разложения ω по степеням $k\xi$, что предполагается в динамической теории подобия [5] и подтверждается экспериментом Тайсона [6]. В области $\omega\tau \lesssim 1$ уравнения гидродинамики для второго звука неприменимы. Формула (4) показывает, что в этой области мнимая часть частоты сравнивается с вещественной.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
8 января 1969 г.

Литература

[1] Л.Д.Ландау, И.М.Халатников. ДАН СССР, 96, 469, 1954.

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, М., Изд. Наука, 1967.

[3] M. I. Buckingham, W. M. Fairbank. Progress in Low Temperature Physics North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1961.

[4] В.Л.Покровский. УФН, 94, 127, 1968.

[5] B. I. Halperin, P. C. Hohenberg. Scaling laws for dynamics critical phenomena. Preprint.

[6] J. A. Tyson. Phys. Rev. Lett., 21, 1235, 1968; J. Swift, L. Kodanoff. Transport Coefficients Neav the λ-transition of Helium. Preprint.

[7] И.М.Халатников. Введение в теорию сверхтекучести. М., Изд. Наука, 1965.

[8] Л.П.Питаевский. ЖЭТФ, 35, 408, 1958.

[9] M. Barmatz, I. Rudnick. Phys. Rev., 170, 224, 1968.