Письма в ЖЭТФ

Т. 9 *1969* *Вып. 5*

ПОВЕДЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ПИКА ДЛЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

Нгуен Нгок Тхуан

Логунов и Нгуен ван Хьеу [1], определяя ширину дифракционного пика процессов с участием скалярных частиц $a + b \to a + b$ (I) и $a + b \to c + d$ (II)

$$\Delta^{I,II} = \sigma^{I,II}/(d\sigma^{I,II}/dt)$$

показали, что $\Delta^{I,II}$ не могут убывать с ростом S (квадрата энергии) быстрее $\mathrm{const}/\ln^2 S$. В настоящей работе мы покажем, что такое поведение справедливо и в случае частиц со спинами и найдем явные выражения для констант, стоящих перед указанными функциями от S.

Рассмотрим сначала процессы упругого рассеяния (1). Обозначим через λ_i, λ_i' $(i = a, b)$ – спиральности начальных и конечных частиц. Разложим инвариантные спиральные амплитуды на парциальные волны следующим образом (см. [2])

$$F_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a'\lambda_b'}(S,t) = 8\pi\frac{\sqrt{S}}{k}\ \Sigma(2J+1) f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a'\lambda_b'}(S)\, d^J_{\lambda\mu}(\cos\theta), \qquad (2)$$

где

$$\lambda = \lambda_a - \lambda_b; \quad \mu = \lambda_a' - \lambda_b',$$

$$d^J_{\lambda\mu}(\theta) = \frac{1}{2\lambda}\left[\frac{(J+\lambda)!\,(J-\lambda)!}{(J+\mu)!\,(J-\mu)!}\right]^{1/2} \times$$

$$\times\ (1+\cos\theta)^{\frac{\lambda+\mu}{2}}(1-\cos\theta)^{\frac{\lambda-\mu}{2}}\ P^{\lambda-\mu,\lambda+\mu}_{J-\lambda}(\theta) \qquad (3)$$

при $\lambda \geqslant |\mu|$.

$$d^J_{-\lambda,-\mu}(\theta) = d^J_{\mu\lambda}(\theta) = (-1)^{\lambda-\mu} d^J_{\lambda\mu}(\theta).$$

Как известно, из-за наличия сингулярных множителей $(1+\cos\theta)^{|\lambda+\mu|/2} \times (1-\cos\theta)^{|\lambda-\mu|/2}$ в d-функциях амплитуды $F_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a'\lambda_b'}$ не аналитична по $z = \cos\theta$ в области, содержащей сегмент $[-1, 1]$.

Поэтому рассмотрим свободную от сингулярных множителей амплитуду

$$\tilde{F}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(S,z) = (1+z)^{-|\lambda+\mu|/2}(1-z)^{-|\lambda-\mu|/2}F_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(S,z). \quad (4)$$

Эти амплитуды аналитичны в эллипсе Мартэна [3] с фокусами в $z = \pm 1$ и большой полуосью $z_0 = 1 + 2\gamma/S$ $(\gamma > 0)$. Их можно представить в виде рядов по полиномам

$$e^{J}_{\lambda\mu}(z) = (1+z)^{-|\lambda+\mu|/2}(1-z)^{-|\lambda-\mu|/2}d^{J}_{\lambda\mu}(\theta) \quad (5)$$

следующим образом

$$\tilde{F}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(S,z) = 8\pi\frac{\sqrt{S}}{k}\sum_J(2J+1)f^{J}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}(S)e^{J}_{\lambda\mu}(\theta). \quad (6)$$

Применяя к этим функциям $\tilde{F}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}$ формулу Коши и повторяя все рассуждения Гринберга и Лоу [4], можно показать, что $f^{J}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}$ экспоненциально убывают при $J \to \infty$

$$|f^{J}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}|^2 < R(S)[1 + 2\sqrt{\gamma/S}]^{-J}. \quad (7)$$

Мау и Мартжн показали [5], что любые регуляризованные спиральные амплитуды удовлетворяют дисперсионным соотношениям с конечным числом вычитаний в круге $|t| < \gamma$. Используя этот результат и применяя рассуждения нашей работы [6] мы получим

$$|f^{J}_{\lambda_a\lambda_b\lambda'_a\lambda'_b}|^2 < \mathrm{Im} f^{J}_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a\lambda_b} \leqslant \mathrm{const}\cdot S^{9/4}[1 + 2\sqrt{\gamma/S}]^{-J}. \quad (8)$$

Обозначим через J_0 такое значение J, при котором правая часть уравнения (8) равна единице $J_0 = 9/8(S^{1/2}/\gamma^{1/2})\ln S$. Пользуясь неравенством Шварца и оценками

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(1) = \binom{n+\alpha}{n}, \quad \left|P_n^{(\alpha,\beta)}(\theta)\right| \approx \frac{2}{\sqrt{\pi n}}\frac{1}{(\cos\theta/2)^{\beta+1/2}}\frac{1}{(\sin\theta/2)^{\alpha+1/2}}$$

$$\theta \neq 0, \pi$$

(см. [7] формулы (4.11) и (8.21.10)), можно показать, что при $S \to \infty$ дифракционный пик удовлетворяет неравенству

$$\left.\frac{1}{\sigma^{\mathrm{I}}}\frac{d\sigma^{\mathrm{I}}}{dt}\right|_{t=0} \leqslant 1 + \rho/2)^2\frac{1}{\gamma}\ln^2 S.$$

$$\frac{1}{\sigma^{I}}\frac{d\sigma^{I}}{d\cos\theta}\bigg|_{\theta\neq 0,\pi} \leqslant 1+\frac{\rho}{2}\frac{S^{1/2}\ln S}{\pi\sin\theta\sqrt{\gamma}},$$

где ρ – константа такая, что $\sigma^{I} \geqslant \mathrm{const}\cdot S^{-\rho}$.

Рассмотрим процесс (II). Разложим амплитуды на парциальные волны

$$F_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d} = 8\pi\sqrt{\frac{S}{kk'}}\sum_J (2J+1)\, g^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}\, d^J_{\lambda\mu}(\theta)$$

из условия унитарности следует, что

$$\mathrm{Im}\, f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a\lambda_b} = \sum_{\lambda_a'\lambda_b'} |f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a'\lambda_b'}|^2 + \sum_{\lambda_c\lambda_d} |g^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}|^2 + \dots .$$

Поэтому имеем

$$|g^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d}| \leqslant \sqrt{\mathrm{Im} f^J_{\lambda_a\lambda_b\lambda_a\lambda_b}} \leqslant \mathrm{const}\cdot S^{9/8}[1+\sqrt{\gamma/S}\,]^{-J}.$$

Повторяя те же вычисления, что и для упругих процессов, получим

$$\frac{1}{\sigma^{II}}\frac{d\sigma^{II}}{dt}\bigg|_{t=0} \leqslant \frac{1}{\gamma}\left(1+\frac{\rho'}{2}\right)^2 \ln^2 S,$$

$$\frac{1}{\sigma^{II}}\frac{d\sigma^{II}}{d\cos\theta}\bigg|_{\theta\neq 0,\pi} \leqslant \left(1+\frac{\rho'}{2}\right)\frac{S^{1/2}\ln S}{\pi\sin\theta\sqrt{\gamma}},$$

где ρ' – константа такая, что $\sigma^{II} \geqslant \mathrm{const}\cdot S^{-\rho'}$.

Автор выражает глубокую благодарность Нгуен Ван Хьеу за постановку задачи.

Объединенный
институт ядерных исследований

Поступило в редакцию
22 января 1969 г.

Литература

[1] А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу. Препринт ОИЯИ Е-3656, Дубна, 1968.

[2] M. Jacob, G. C. Wick. Ann. Phys., 7, 404, 1959.

[3] A. Martin. Nuovo Cim., 42A, 930, 1966.

[4] O. W. Greenberg, F. Low. Phys. Rev., 124, 2044, 1961.

[5] G. Marhoux, A. Martin. Preprint New York, 1968.

[6] Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Нгок Тхуан, В.А.Сулейманов. Препринт ОИЯИ Р2-3897, Дубна 1968. Ann. Institut Henri Poincare (in print).

[7] Сего. Ортогональные многочлены, Физматгиз, 1962.