Письма в ЖЭТФ

Т. 9 *1969* *Вып. 5*

ПОПЕРЕЧНОСТЬ ПОЛЕЙ ВЕКТОРНЫХ И АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ И КИРАЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ

Дж.Л.Чкареули

В настоящей работе на базе лагранжева формализма устанавливается связь условия поперечности полей V- и A-мезонов с киральными симметриями. Показано, что в теориях, в которых V- и A-поля остаются поперечными и во взаимодействии, возникает киральная группа и, более того, соблюдается алгебра полей.

Рассмотрим наиболее общий релятивистски и P-инвариантный лагранжиан с безразмерными константами связи, описывающий взаимодействие произвольного в общем случае, разного числа полей

$$P^a(0^-),\quad \sigma^e(0^+),\quad V^i_\mu(1^-),\quad A^m_\mu(1^+),\quad B^r(1/2^+) \tag{1}$$

и построим соответствующие уравнения движения. Будем предполагать, кроме того, что

$$\partial_\mu V^i_\mu = 0,\quad i = 1,\ldots,n_V;\ \partial_\mu A^m_\mu = 0,\ m = 1,\ldots,n_A. \tag{2}$$

Последующее рассмотрение основывается на общем замечании [1], согласно которому уравнения движения не должны давать лишних ограничений[1)] на число степеней свободы полей (1). Поэтому каждый член независимой лоренц-структуры в дополнительных условиях

$$\begin{aligned}(m^2_V)_{ij}\,\partial_\mu V^j_\mu &= R^i(P,\sigma,V,A,B) = 0,\\ (m^2_A)_{mn}\partial_\mu A^n_\mu &= Q^m(P,\sigma,V,A,B) = 0\end{aligned} \tag{3}$$

(полученных путем взятия 4-дивергенций от уравнений движения V- и A-полей, замены в полученном выражении производных высших порядков от полей (1) согласно уравнениям движения и использования условий (2)) должен обращаться в нуль за счет коэффициента. Это дает ряд соотношений для матриц масс и констант связи в исходном лагранжиане $L^{(o)}(x)$. С учетом их

---

1) Помимо необходимых, каковыми являются условия поперечности (2) и сами уравнения движения полей V_μ и A_μ при $\mu = 4$.

$$
\begin{aligned}
L^{(0)}(x) = &-\frac{1}{4}V_{\mu\nu}V_{\mu\nu}-\frac{1}{2}V_\mu m_V^2 V_\mu-\frac{1}{4}A_{\mu\nu}A_{\mu\nu}-\frac{1}{2}A_\mu m_A^2 A_\mu-\\
&-\bar{B}\gamma_\mu(\partial_\mu-iT_l^{(1)}V_\mu^l-i\gamma_5 T_m^{(2)}A_\mu^m)B-\frac{1}{2}(\partial_\mu-\eta^l V_\mu^l-i\Delta^m A_\mu^m)P\times\\
&\times(\partial_\mu-\eta^l V_\mu^l+i\Delta^n A_\mu^n)P-\frac{1}{2}(\partial_\mu-\xi^l V_\mu^l-i\Delta^m A_\mu^m)\sigma\times\\
&\times(\partial_\mu-\xi^l V_\mu^l+i\Delta^n A_\mu^n)\sigma-(\partial_\mu-\eta^l V_\mu^l)P(\partial_\mu-\Delta^m A_\mu^m)\sigma+\\
&+(\partial_\mu-\xi^l V_\mu^l)\sigma(\partial_\mu-\Delta^m A_\mu^m)P+\bar{B}(G_e^{(1)}\sigma^e+i\gamma_5 G_a^{(2)}P^a)B+\\
&+\Pi^{(1)}_{abcd}P^aP^bP^cP^d+\Pi^{(12)}_{abef}P^aP^b\sigma^e\sigma^f+\Pi^{(2)}_{efgh}\sigma^e\sigma^f\sigma^g\sigma^h-\\
&-\frac{1}{2}P\mu_P^2P-\frac{1}{2}\sigma\mu_\sigma^2\sigma,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где

$$
V_{\mu\nu}^l=\partial_\mu V_\nu^l-\partial_\nu V_\mu^l+a_{ljk}V_\mu^j V_\nu^k+\beta_{mn}^l A_\mu^m A_\nu^n,
$$

$$
A_{\mu\nu}^m=\partial_\mu A_\nu^m-\partial_\nu A_\mu^m-\beta_{mn}^l(V_\mu^l A_\nu^n-V_\nu^l A_\mu^n).
$$

Полученные указанным выше способом соотношения делают очевидным, что (как следствие условия поперечности (2)) матрицы констант связи a, β, η, ξ, $T^{(1)}$ образуют представление алгебры Ли со структурными константами a_{ljk} (матрицы a^l – регулярное):

$$
a_{ljk}=-a_{jlk}=a_{jkl},[a^l,a^j]=-a_{ljk}a^k, \tag{5a}
$$

$$
\beta_{mn}^l=-\beta_{nm}^l,\ [\beta^l,\beta^j]=a_{ljk}\beta^k,\ \beta_{mn}^l\beta_{pq}^l+\beta_{qm}^l\beta_{pn}^l+\beta_{nq}^l\beta_{pm}^l=0 \tag{5b}
$$

и др.; массовые матрицы пропорциональны единичным для неприводимых представлений, например, для матриц масс V- и A-полей

$$
[a^l,m_V^2]=0,\ [\beta^l,m_A^2]=0\quad \beta_{m'n}^l(m_A^2)_{m'm}=\beta_{mn}^{l'}(m_V^2)_{l'l} \tag{5c}
$$

и $L^{(0)}(x)$ инвариантен относительно группы преобразования полей (1) – в инфинитизимальной форме –

$$
\delta_\omega V_\mu^l=a_{ljk}\omega_j V_\mu^k,\quad \delta_\phi V_\mu^l=\beta_{mn}^l\phi_m A_\mu^n, \tag{6a}
$$

$$
\delta_\omega A_\mu^m=\beta_{mn}^l\omega_l A_\mu^n,\quad \delta_\phi A_\mu^m=\beta_{mn}^l\phi_n V_\mu^l, \tag{6b}
$$

$$
\delta_\omega P^a=\eta_{ab}^l\omega_l P^b,\quad \delta_\phi P^a=\Delta_{ae}^m\phi_m\sigma^e, \tag{6c}
$$

$$
\delta_\omega\sigma^e=\xi_{ef}^l\omega_l\sigma^f,\quad \delta_\phi\sigma^e=\Delta_{ae}^m\phi_m P^a, \tag{6d}
$$

$$
\delta_\omega B=-iT_l^{(1)}\omega_l B,\quad \delta_\phi B=-i\gamma_5 T_m^{(2)}\phi_m B, \tag{6e}
$$

где ω_l, ϕ_m – параметры преобразований.

Сделаем несколько замечаний.

1) Число V- и A-полей в теории может быть разным. Легко себе представить, например, ситуацию, когда часть V-полей не имеет аксиальных партнеров и может быть источником инвариантности относительно преобразований типа $B \to e^{i\Lambda}B$, Λ = const или более высокой симметрии, а другая часть преобразуется вместе с A-полями согласно (6а, b) с $B^{i}_{jk} = a_{ijk}$ [1]. Подходящий пример – ($3\oplus1$) – теория фотона и слабых $W^{\pm}$-бозонов (в которой фотон отождествляется с некоторой линейной комбинацией синглетного поля и одного из членов триплета) [2], комбинируемая с $U(3)\otimes U(3)$-нонетами $1^{\pm}$-мезонов. Возможны, однако, и значительно менее тривиальные реализации. Далее будет предполагаться равное число V- и A-полей.

2) Используя канонические коммутаторы для полей (1) легко получить из (4), что поля V- и A-мезонов удовлетворяют перестановочным соотношениям киральной алгебры полей [3]. Отметим, что вследствие коммутации пространственных компонент V^{j}_{ℓ} и A^{m}_{ℓ} ($\ell = 1, 2, 3$) между собой, полученная алгебра не может быть типа популярной одно время $SU(6)\otimes SU(6)$. Следует также указать, что в контексте предлагаемой теории естественно реализуются "тождества поле-ток" [4].

3) В лагранжиане (4) поля спина 1/2 являются безмассовыми, массы V- и A-полей равны (5) и присутствуют 0^{+}-поля. Дальнейшее рассмотрение связано с исключением 0^{+}-полей (или хотя бы части их) из теории, аналогично тому как это делалось в нелинейной σ-модели [5]. Это приводит к появлению массы у 1/2-полей, к сдвигу по массе V- и A-мезонов и к другим следствиям киральной динамики [6], обсуждавшейся недавно многими авторами (см. ссылки в работе [6]). Полученная таким образом теория может рассматриваться, очевидно, как минимальная киральная динамика. Она предлагает удовлетворительное описание низкоэнергетических сильных взаимодействий (PB-рассеяния, $A \to VP$-распады и т.д.) и параметризуется, как это можно видеть из (4), только двумя константами связи: константой самодействия V-полей g и константой взаимодействия 0^{-}-полей с 1/2-полями G.

Неминимальные теории возникают при учете в разложении $L(\ell) = \sum \ell^{n} L^{(n)}(x)$ (разложение "полного лагранжиана" по "фундаментальной

---

[1] При равном числе V- и A-полей $B^{i}_{jk} = a_{ijk}$, как это следует из (5). В этом случае A-поля, также как и V-поля, преобразуются по регулярному представлению алгебры.

константе" размерности длины) также и членов с $n = 1$[1], $n = 2$ и т.д.

Интересно отметить, что и в этом случае наблюдается определенная "экономия" констант взаимодействия: для вершин описывающих реакции с рождением V- и (или) A-мезонов, имеют место факторизационные соотношения между константами связи, аналогичные тем, которые возникают в простых полюсных моделях с P-, V- и A-обменом.

Детальное рассмотрение этих вопросов, также как и вопросов, связанных с нарушениями киральных симметрий, будет дано в другом месте.

Автор искренне признателен В.И.Огиевецкому за многочисленные стимулирующие обсуждения и О.В.Канчели и С.Г.Матиняну за полезные советы и замечания.

Поступило в редакцию
23 декабря 1968 г.
После переработки
24 января 1969 г.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Литература

[1] V.I.Ogievetsky, I.V.Polubarinov. Ann. Phys. (N.Y.), 25, 358, 1963; Nucl. Phys., 76, 677, 1966.

[2] S.L.Glashow, M.Gell-Mann. Ann. Phys. (N.Y.), 15, 437, 1961.

[3] T.D.Lee, S.Weinberg, B.Zumino. Phys. Rev. Lett., 18, 1029, 1967.

[4] T.D.Lee, B.Zumino. Phys. Rev., 163, 1667, 1967.

[5] M.Gell-Mann, M.Levy. Nuovo Cim., 16, 705, 1960.

[6] S.Weinberg, Proc. of XIV Intern. Conf. on High Energy Physics, Viena, 1968.

[1] Именно такая теория ($L = L^{(0)} + L^{(1)}$) рассматривалась большинством авторов работы [6].