

# О КВАНТОВЫХ МАГНИТНЫХ "ЛОВУШКАХ" В МЕТАЛЛАХ

A.A.Слуцкий, A.M.Кадировов

При исследовании низкотемпературных свойств металлов, помещенных в сильное магнитное поле  $H$ , обычно пренебрегают пространственной неоднородностью поля, которое в условиях эксперимента удовлетворяет неравенству  $R \ll L$  ( $R$  – характерный ларморовский радиус,  $L \sim H / |\nabla H|$ ). В тех случаях, когда рассматриваются классические эффекты, неисчезающие в нулевом приближении по параметру квазиклассичности  $\kappa = \hbar \Omega_0 / \epsilon_0 \sim 10^{-3} - 10^{-4}$  ( $\Omega_0, \epsilon_0$  – характерные ларморовская частота и энергия, соответственно), условие  $R \ll L$  действительно позволяет с достаточной точностью считать поле  $H$  однородным. Ситуация, однако, качественно изменяется, когда становится существенным квантовый эффект магнитного пробоя [1] (туннельных межзонных переходов). В настоящей заметке будет показано, что в условиях магнитного пробоя уже очень малые неоднородности  $H(r)$  существенно деформируют электронный энергетический спектр и приводят к образованию своеобразных квантовых магнитных ловушек с характерными размерами  $\sim \kappa L$ . Мы проведем рассмотрение для поля  $H = (0, 0, H_z(x))$ , возникающего, например, в импульсных полях за счет скин-эффекта в об разце.

Если неоднородность магнитного поля достаточно мала, динамику электрона проводимости удобно исследовать в терминах энергетического спектра, возникающего в однородном магнитном поле  $H_0 || H(x)$ . Мы рассмотрим здесь случай, когда магнитный пробой в поле  $H_0 (A_0 = (0, H_0 x, 0))$ , перпендикулярном одному из векторов обратной решетки  $b = (0, b, 0)$ , приводит к образованию специфической зонной структуры энергетического спектра [2, 3]. Например, такой спектр возникает для конфигурации электронных орбит, изображенных на рис. 1 (1, 2 – номера зон). При этом спектр и квазиклассическую волновую функцию электрона можно представить в виде:

$$E = E_n(\phi, p_z, H_0), \quad E_n(\phi) = E_n(\phi + 2\pi), \quad (1)$$

$$\psi_{\phi, p_z, p_{y_0}}^{(n)}(r) = f_{\phi, p_z}^{(n)}(p_{y_0} + \frac{eH_0 x}{c}, r, H_0) e^{i \frac{\phi x}{R_0} + i \frac{p_{y_0} y}{\hbar} + i \frac{p_{z_0} z}{\hbar}},$$
$$R = \frac{cb}{eH_0}, \quad (2)$$

$$f_{\phi, p_z}^{(n)}(p_y, r, H_0) = f_{\phi, p_z}^{(n)}(p_y + b, r, H_0); f_{\phi, p_z}^{(n)}(p_y, r) = f_{\phi, p_z}^{(n)}(p_y r + a);$$

$$\psi_\phi = \psi_\phi + 2\pi.$$
(2a)

Здесь  $n$ ,  $\phi$ ,  $p_z$ ,  $p_y$  – сохраняющиеся квантовые числа;  $p_z$  – проекция квазимпульса на вектор  $H_0$ , дискретное квантовое число  $n$  – номер "магнитной" зоны, непрерывное квантовое число  $\phi$ , аналогичное блоховскому квазимпульсу, нумерует состояния внутри "магнитной" зоны, по  $p_y$  при выбранной калибровке имеется вырождение;  $a$  – вектор кристаллической решетки, функция  $f^{(n)}$  аналогична периодическому множителю "обычной" блоховской функции, а величина  $R_0$  играет роль нового периода<sup>1)</sup> ( $R \sim R_0$ ).

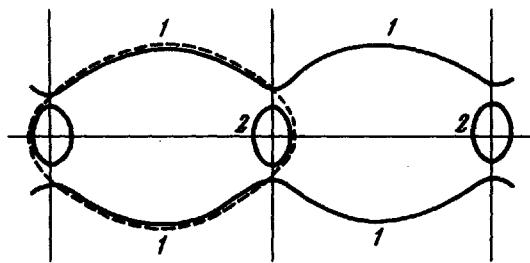


Рис. 1

Основываясь на результатах работы [3], укажем некоторые свойства функций  $E_n$ ,  $\psi^{(n)}$ , важные для дальнейшего: а) в состояниях с квантовыми числами  $n$ ,  $\phi$ ,  $p_z$ ,  $p_y$  средняя скорость поперек магнитного поля отлична от нуля:  $v_x = (c b / e \hbar H) \partial E_n / \partial \phi \sim \epsilon_0 / b$ ,  $v_y = 0$ , т.е.  $x$  – направление, в котором движение инфинитно; б) в общем случае, когда вероятность магнитного пробоя  $W$  не мала и не слишком близка к 1, характерные ширина магнитных зон и расстояние между ними порядка  $\hbar \Omega_0$ ; в) функции  $E_n$ ,  $\psi^{(n)}$  чрезвычайно чувствительны к изменениям параметра  $H_0$ : энергия магнитной зоны  $E_n$  меняется на величину  $\sim \hbar \Omega_0$  при изменении  $H_0$  на величину  $\sim \kappa H_0$ , аналогично:  $\partial \psi^{(n)} / \partial H_0 \sim \psi^{(n)} / \kappa H_0$ .

Если  $\nabla H \neq 0$ , то, согласно приведенным оценкам, степень влияния неоднородности  $H(x)$  на динамику электрона, определяется отношением  $\alpha = \delta H / \kappa H = R / \kappa L$ , где  $\delta H = R \nabla H$  – изменение магнитного поля на

<sup>1)</sup> Детальная структура  $f^{(n)}$ , которая легко определяется в квазиклассическом приближении с помощью метода работы [3], несущественна для дальнейшего и мы ее не выписываем.

периоде  $R$ . Ниже мы будем считать, что параметр  $\alpha \ll 1$ . Как можно показать, это неравенство совместно с соотношением  $i[\hat{\phi}, \hat{x}] = c b / eH(x) \sim R \ll \kappa L$  позволяет (в первом приближении по  $\alpha$ ) считать квантовое число  $n$  сохраняющимся ( $p_x$  и  $p_y$  — сохраняются точно) и описывать движение электрона в слабо неоднородном поле с помощью классического гамильтониана

$$\hat{H}_{KL}^{(n)}(p_x, x) = E_n(\phi(p_x), p_z x), \quad \phi(p_x) = c b p_x / e\hbar H(x), \quad (4)$$

т.е.  $\hat{\phi}$  и  $\hat{x}$  в этом приближении коммутируют.

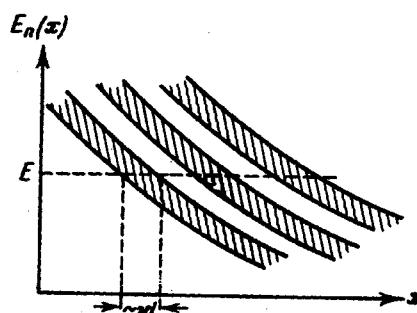


Рис. 2

Движение частицы в фазовом пространстве  $\phi, x$  происходит по траектории  $x = x_n(\phi, E, p_z)$ , где функция  $x_n(\phi)$  определяется законом сохранения  $E_n(\phi, p_z, H(x)) = E$ . Функция  $x_n(\phi)$  так же, как и  $E_n(\phi)$  является периодической, и, следовательно, движение с данным номером  $n$  финитно. Ширина возникающей квантовой "ловушки", как следует из приведенных выше оценок, порядка  $\kappa L$ . Наглядно это показано на схеме наклонных зон  $E_n(x)$  ( $\phi$  — фиксировано (рис. 2); заштрихованные полосы изображают разрешенные значения энергии, соответствующие различным значениям  $\phi$ ). Как видно из рис. 2, данное значение  $E$  порождает набор "ловушек", соответствующих различным номерам магнитных зон. Между областями финитности с различным  $n$  происходят квантовые туннельные переходы, вероятность которых  $\sim \exp(-d/R) \ll 1$ ,  $d \sim \kappa L$  — минимальное значение  $|x_{n+1}(\phi) - x_n(\phi)|^2$ .

При  $\kappa L \ll \ell$  (длина свободного пробега "ловушки") должны существенно проявляться на макроскопических свойствах металла и, в частности, изменять его поперечную электропроводность  $\sigma_{xx}$ . В однородном магнитном поле движение вдоль оси  $x$ -ов инфинитно (см. выше),

<sup>2)</sup> Последнее явление аналогично пробою Зинера [4].

что дает следующую оценку:  $\sigma_{xx} \sim \sigma_0$  – электропроводности при  $H = 0$  [3, 5]. В слабо неоднородном поле электрон совершает в "ловушке" периодическое движение с характерной частотой  $\tilde{\Omega} \sim \alpha \Omega_0$ . Если  $\tilde{\Omega} t_0 \gg 1$  ( $t_0$  – время релаксации), то в соответствии с общей теорией гальваномагнитных явлений [6] имеем:  $\sigma_{xx} \sim \sigma_0 / (\tilde{\Omega} t_0)^2 \sim (\kappa L / \ell)^2 \sigma_0 \ll \sigma_0$ . Эти оценки можно получить и непосредственно из точных выражений для тока  $j_x$  и неравновесной добавки к матрице плотности  $-\rho_n(p_x, x, p_z)$ , удовлетворяющей классическому кинетическому уравнению

$$\{j_{KL}^{(n)}(p_x, p_z, x), \rho_n(p_x, p_z, x)\}_{p_x x} + \rho_n/t_0 = e \xi \frac{\partial f_0}{\partial E} v_x(\phi(p_x), x, p_z), \\ i_x = \frac{eH}{(2\pi\hbar)^3 c} \sum_n \int dp_z \int d\phi \rho_n(\phi, p_z, x) v_n(\phi, p_z, x). \quad (5)$$

Здесь  $\{ \dots \}_{p_x x}$  – классические скобки Пуассона,  $\xi$  – напряженность электрического поля,  $f_0$  – фермиевская функция. Приведем без вычислений выражение для  $j(x)$ , полученное для конфигурации рис. 1 в предположении  $W \approx 1$  (но  $(1 - W)\kappa L \gg R$ ), когда зонный спектр (1) представляет собой слегка уширенные уровни Ландау, соответствующие траектории, обозначенной на рис. 1 пунктиром:

$$i_{KL}(x) = \frac{e^2 \xi}{(2\pi\hbar)^3} \frac{4(1-W)}{t_0} \left( \frac{eH\hbar}{c} \right)^2 \left( \frac{H}{|\nabla H|} \right)^2 \int dp_z \frac{\partial S}{\partial \zeta} (\zeta, p_z).$$

Интегрирование ведется по всем  $p_z$ , для которых имеет место магнитный пробой,  $S(\zeta, p_z)$  – площадь, охваченная пунктирной траекторией на рис. 1,  $\zeta$  – энергия Ферми.

Неравенства  $R \ll \kappa L \ll \ell$ , необходимые для возникновения "ловушек" хорошо выполняются в полях  $10^5$  э при  $L \sim 1 - 10$  см. При  $R \gtrsim \kappa L$  тунNELНЫЕ переходы между "ловушками" становятся существенными, и характер движения полностью меняется. Рассмотрение этих вопросов будет проведено в отдельной статье.

Авторы благодарны И.М.Лифшицу за ценные дискуссии.

Физико-технический институт  
Академии наук Украинской ССР

Поступило в редакцию  
29 апреля 1968 г.

### Литература

- [1] M. H. Cohen, L. M. Falicon. Phys. Rev. Lett., 7, 231, 1961.
- [2] A. B. Pippard. Proc. Roy. Soc., A270, 1, 1962.

- [3] А.А.Слуцкин. ЖЭТФ, 53, 767, 1967.
- [4] C. Zener. Proc. Roy. Soc., A137, 696, 1932.
- [5] М.И.Каганов, А.М.Кадигробов, И.М.Лифшиц, А.А.Слуцкин. Письма ЖЭТФ, 5, 269, 1967.
- [6] И.М.Лифшиц, М.Я.Азбель, М.И.Каганов. ЖЭТФ, 31, 63, 1956.