ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ДИСЛОКАЦИЕЙ, ВЫХОДЯЩЕЙ НА ПОВЕРХНОСТЬ КРИСТАЛЛА

В.Д.Нацик

В настоящей работе обращается внимание на один из механизмов излучения звука движущейся дислокацией, ранее, насколько автору известно, не обсуждавшийся в литературе, а именно, излучение при переходе дислокации через плоскость разрыва упругих модулей, например, через границы зерен в поликристалле, при выходе на поверхность кристалла и т.д. В момент перехода через границу двух сред происходит резкая перестройка упругого поля дислокации, в результате которой поле как бы отрывается от нее и распространяется в кристалле в виде звукового импульса. Это излучение аналогично переходному излучению электромагнитных волн заряженной частицей, пролетающей через границу двух сред с различными диэлектрическими проницаемостями [1]. По аналогии с электродинамикой мы будем называть обсуждаемый здесь механизм излучения звука тоже переходным излучением.

Преследуя в данной работе цель получить в основном качественное представление о величине и характере излучения, проанализируем его в простейшем случае. Пусть в упругой изотропной среде, заполняющей полупространство, движется в направлении поверхности среды винтовая дислокация, имеющая постоянную, перпендикулярную поверхности скорость V, величину которой будем считать малой по сравнению со скоростью звука. Воспользуемся при вычислениях прямоугольной системой координат с осью oz вдоль линии выхода дислокации на поверхность и осью ox, направленной вдоль скорости V вглубь среды. Из симметрии задачи следует, что в создаваемом дислокацией упругом поле отличны от нуля только сдвиговые компоненты тензора напряжений σ_{xz} и σ_{yz}, и компонента вектора скорости элементов среды v_z. Кроме того, все эти величины однородны по координате z и зависят только от x, y и времени t. Если обозначить $\sigma_{xz} = \sigma_1$, $\sigma_{yz} = \sigma_2$ и $v_z = v$, и считать момент выхода дислокации на поверхность $t = 0$, то система уравнений, определяющих упругое поле дислокации [2], в данном случае примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial y}\sigma_2 - \rho\frac{\partial}{\partial t}v = 0,$$

$$\rho s^2\frac{\partial}{\partial x}v - \frac{\partial}{\partial t}\sigma_1 = 0, \qquad (1)$$

$$\rho s^2\frac{\partial}{\partial y}v - \frac{\partial}{\partial t}\sigma_2 = \rho s^2 j, \quad j = -bV\delta(y)\delta(x+Vt),$$

где b – величина вектора Бюргерса дислокации, ρ – плотность среды, s – скорость поперечных звуковых волн. Интересующие нас решения системы (1) должны при $r = \sqrt{x^2 + y^2} \to \infty$ иметь вид ограниченных по амплитуде расходящихся волн и удовлетворять на поверхности кристалла условию отсутствия сил

$$\sigma_1(x, y, t)|_{x=0} = 0. \tag{2}$$

Обозначая условно символом $f(x, y, t)$ любую из величин σ_1, σ_2 или v, будем искать решение системы (1) в виде

$$f = f^c + f^u.$$

Здесь f^c – упругое поле дислокации в неограниченной среде, а f^u – частное решение соответствующей (1) однородной системы уравнений ($j = 0$), которое нужно добавить к f^c, чтобы удовлетворить граничному условию (2). Ниже будет показано, что интересующее нас переходное излучение определяется асимптотиками функций σ_1^u, σ_2^u и v^u на больших расстояниях от места выхода дислокации на поверхность.

Функции $f^c(x, y, t)$ и $f^u(x, y, t)$ удобно представить двойными интегралами Фурье

$$f^c(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega \int dq \tilde{f}^c(\omega, q) \exp\left\{i\left[qy - \omega\left(\frac{x}{V} + t\right)\right]\right\}, \tag{3}$$

$$f^u(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega \int dq \tilde{f}^u(\omega, q) \exp\{i[qy + k(\omega, q)x - \omega t]\}, \tag{4}$$

где символом $\tilde{f}$ мы обозначили трансформанту Фурье функции f. Величины $\tilde{f}^c(\omega, q)$ можно найти, подставляя (3) в систему (1). В частности, для $\tilde{\sigma}_1^c(\omega, q)$ получим, пренебрегая, в соответствии с исходным предположением, отношением V^2/s^2 по сравнению с единицей:

$$\tilde{\sigma}_1^c(\omega, q) = \frac{i\rho b s^2}{V} \frac{q}{q^2 + \dfrac{\omega^2}{V^2}}. \tag{5}$$

Легко видеть, что выражения для полей излучения вида (4) удовлетворяют системе (1) при $j = 0$ и обеспечивают выполнение граничного условия (2), если положить:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{s^2} - q^2; \quad \tilde{\sigma}_1^u = -\tilde{\sigma}_1^c; \quad \tilde{\sigma}_2^u = -\frac{q}{k}\tilde{\sigma}_1^c; \quad v^u = \frac{\omega}{\rho s^2 k}\tilde{\sigma}_1^c. \tag{6}$$

Для однозначного определения величины $k(\omega, q)$ нужно считать, что в кристалле имеется слабое затухание. Тогда $k^2 = (\omega^2/s^2)[1 - i\epsilon(\omega)] - q^2$, причем $\epsilon(-\omega) = -\epsilon(\omega)$ и $\epsilon(\omega) < 0$ при $\omega > 0$. Условие ограниченности полей при $x \to \infty$ выполняется, если взять $k = k_0 e^{i\phi/2}$, где $k_0^2(\omega, q)$ и $\phi(\omega, q)$ – соответственно модуль и аргумент комплексной величины $k^2(\omega, q)$.

Формулы (4 – 6) позволяют построить общие выражения для полей излучения. Например, для скорости движения среды имеем

$$v^u(x, y, t) = \frac{1}{2\pi}\int v^{u\omega}(x, y) e^{-i\omega t} d\omega,$$

$$v^{u\omega}(x, y) = \frac{ib\omega}{2\pi}\lim_{\epsilon\to 0}\int \frac{q\exp\left[-xk_0\sin\frac{\phi}{2} - i\frac{\phi}{2}\right]}{k_0^2\left(q^2 + \frac{\omega^2}{V^2}\right)} e^{irh(q)}dq,$$

где $h(q) = q\sin\alpha + k_0\cos\phi/2\cos\alpha$, $\cos\alpha = x/r$, $\sin\alpha = y/r$. На больших расстояниях от места выхода дислокации на поверхность (в волновой зоне) главный вклад в величину спектральной плотности поля скоростей $v^{u\omega}$ дает интегрирование по окрестности точек стационарной фазы, которые определяются уравнением $\partial h(q)/\partial q = 0$. Можно показать, что при не слишком малых значениях угла α такими точками являются

$$q_1 = \operatorname{sign}(\omega)\left[\frac{|\omega|}{s}\sin\alpha + a_1\right]$$

и

$$q_2 = \operatorname{sign}(\omega)\left[\frac{|\omega|}{s} + a_2\right],$$

где a_1 и a_2 – малые положительные величины, обращающиеся в нуль вместе с ϵ. После интегрирования и предельного перехода $\epsilon \to 0$, получим

$$v^{u\omega}(x, y) = \frac{bV\exp[i\operatorname{sign}(\omega)\pi/4]}{\sqrt{2\pi s|\omega|}}\left[\frac{\sin\alpha}{\sqrt{r}}e^{i\frac{r}{s}\omega} + \frac{\operatorname{sign}(y)}{\sqrt{3|y|}}e^{i\frac{|y|}{s}\omega}\right]. \quad (7)$$

Аналогичные вычисления приводят к следующим выражениям для спектральных плотностей компонент тензора напряжений

$$\sigma_1^{u\omega}(x, y) = -\rho bV\exp[i\operatorname{sign}(\omega)\pi/4]\cos\alpha\sin\alpha\sqrt{\frac{s}{2\pi r|\omega|}}e^{i\frac{r}{s}\omega}, \quad (8)$$

$$\sigma_2^{u\omega}(x, y) = -\rho bV\exp[i\operatorname{sign}(\omega)\pi/4]\sqrt{\frac{s}{2\pi|\omega|}}\left[\frac{\sin^2\alpha}{\sqrt{r}}e^{i\frac{r}{s}\omega} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{3|y|}}e^{i\frac{|y|}{s}\omega}\right]. \quad (9)$$

Отсюда видно, что поле излучения дислокации состоит из цилиндрической волны и плоской волны, распространяющейся вдоль оси oy.

Определим теперь форму звукового импульса, излучаемого дислокацией при выходе на поверхность кристалла. Производя интегрирование полей излучения по частоте, получим:

$$v^u(x,\ y,\ t) = \frac{bV}{\pi}\left[\sin\alpha\ \frac{\theta(st-r)}{\sqrt{2r(st-r)}} + \right.$$

$$\left. + \operatorname{sign}(y)\ \frac{\theta(st-|y|)}{\sqrt{6|y|(st-|y|)}}\right]; \tag{10}$$

$$\sigma_2^u(x,\ y,\ t) = -\frac{\rho bVs}{\pi}\left[\sin^2\alpha\ \frac{\theta(st-r)}{\sqrt{2r(st-r)}} + \frac{\theta(st-|y|)}{\sqrt{6|y|(st-|y|)}}\right]; \tag{11}$$

$$\sigma_1^u(x,\ y,\ t) = -\frac{\rho bVs\sin\alpha\cos\alpha}{\pi}\ \frac{\theta(st-r)}{\sqrt{2r(st-r)}};\quad \theta(x) = \begin{cases} 1,\ x>0 \\ 0,\ x<0\ . \end{cases} \tag{12}$$

Интегрируя по частоте, мы считали пределы интегрирования бесконечными, что привело к нефизической расходимости полей при $t = r/s$ и $t = |y|/s$. Чтобы устранить эту расходимость, необходимо ограничить пределы интегрирования частотами порядка V/a, где a – параметр решетки [3]. Однако получающиеся при этом формулы существенно отличаются от формул (10 – 12) только для моментов времени, отличающихся от r/s или $|y|/s$ на $\Delta t \sim a/V$. Не останавливаясь подробнее на этом вопросе, приведем лишь порядок величины напряжений и скоростей в указанном интервале времени для звукового импульса, состоящего, например, из цилиндрических волн:

$$v^u \sim V\sqrt{\frac{aV}{rs}}\sin\alpha;\quad \sigma_1^u \sim \rho s^2\sqrt{\frac{aV^3}{rs^3}}\sin\alpha\cos\alpha;\quad \sigma_2^u \sim \rho s^2\sqrt{\frac{aV^3}{rs^3}}\sin^2\alpha\,.$$

Следовательно, интенсивность импульса довольно сильно зависит от скорости, с которой дислокация выходит на поверхность кристалла.

В заключение заметим, что переходное излучение дислокаций удобней всего наблюдать, по-видимому, при выходе на поверхность упругого двойника, состоящего, как известно, из большого количества дислокаций. Эксперимент показывает, что скорость двойникующих дислокаций в этом случае может достигать значительной величины [4].

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступило в редакцию
7 июля 1968 г.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург, И.М.Франк. ЖЭТФ, 16, 15, 1946.

[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория упругости, М., 1965, стр.171.

[3] А.М.Косевич, В.Д.Нацик. ФТТ, 8, 1251, 1966.

[4] Р.И.Гарбер, Е.И.Степина. ФТТ, 7, 161, 1965.