Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 5, стр. 223 – 227 *10 марта 1985 г.*

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ ПРИ МАЛЫХ ПЕРЕДАЧАХ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

А.Б.Красулин, В.А.Матвеев, К.Г.Четыркин

Мы используем метод конечноэнергетических правил сумм и обобщенное операторное разложение для вычисления поведения электромагнитных формфакторов π^+, K^+ и K^0-мезонов в области малых передач импульса $\lesssim 0,7$ ГэВ^2 в квантовой хромодинамике.

[1] В действительности (6) и (7) справедливы лишь при s_{24}, $s_{14} \sim s_{23}$, s_{13}. При $s_{24}s_{34} \gtrsim s_{23}$, или $s_{14}s_{34} \gtrsim s_{13}$ в (6) и (7) появляются дополнительные слагаемые, содержащие фазу γ. В (6) пренебрежено также вкладом четвертого поколения в Δm_K.

В последнее время достигнут значительный прогресс в расширении области применимости как конечноэнергетических [1], так и основанных на использовании преобразования Бореля [2] правил сумм КХД. Так обобщение первоначального подхода, предложенное в работах [3], позволило изучать трехточечные функции Грина и связанные с ними характеристики адронов, в частности, электромагнитный формфактор π-мезона в области передач импульса 0,7 ГэВ$^2 \lesssim Q^2 \lesssim$ 4 (ГэВ)^2. Здесь ограничение снизу связано с тем, что обычное операторное разложение, которое существенно используется в методе правил сумм, становится неприменимым в области малых Q^2. Как показано в работах [4, 5], эту трудность можно преодолеть если использовать так называемое обобщенное операторное разложение [5] (ООР) (или, что в конечном счете эквивалентно, обычное операторное разложение в слабо меняющемся внешнем поле [6]), которое позволяет изучать трехточечные функции Грина в области, где только один из внешних импульсов является большим. Характерной чертой ООР является появление новых феноменологических величин — вакуумных средних билокальных операторов, которые вместе с конденсатами локальных операторов параметризуют непертурбативные поправки в соответствующих степенных разложениях.

В этой работе мы используем ООР и метод конечноэнергетических правил сумм КХД [1, 7] для вычисления электромагнитных (ЭМ) формфакторов π^+, K^+ и K^0-мезонов в области передач $0 \leqslant Q^2 \leqslant 0{,}7$ ГэВ^2. Отметим, что в рамках ООР и борелевских правил сумм формфактор F_π $(0 \leqslant Q^2 \lesssim 0{,}8$ ГэВ$^2)$ изучался в работах [5, 8]. Вычисление ЭМ формфакторов псевдоскалярных мезонов, содержащих s-кварк, в рамках метода КХД правил сумм представляется особенно интересным, так как, во-первых, фактическое отсутствие соответствующих экспериментальных данных (за исключением среднеквадратичных радиусов) позволяет проверить предсказательные возможности техники правил сумм, и, во-вторых, в случае K^0-мезона весь эффект идет за счет нарушения $SU(3)$-симметрии, что обуславливает высокую чувствительность полученных результатов к выбору параметров нарушения этой симметрии.

Рассмотрим функцию Грина вида

$$T_{\mu\alpha\beta}(p,q) = i^2\int dx\,dy\, e^{ipx - iqy}\langle\, T(j_\alpha(x) J_\mu(y) j^+_\beta(0))\rangle_0 \qquad (1)$$

в области больших евклидовых p^2 и малых евклидовых q^2. J_μ — адронный электромагнитный ток, j_α — аксиальный ток, имеющий ненулевую проекцию на соответствующее одномезонное состояние (например, для K^+-мезона

$$j_\alpha = \bar{s}\gamma_\alpha\gamma_5 u \qquad \text{и} \qquad \langle\, 0\,|j_\alpha(0)|K^+(p)\rangle = i f_K p_\alpha\ ).$$

Феноменологически, вклад мезона (π^+, K^+ или K^0) в $T_{\mu\alpha\beta}(p,q)$ пропорционален $p_\alpha(p-q)_\beta(2p-q)_\mu f^2F(q^2)$, где f — константа распада (f_π для π^+, f_K для K^+ и K^0). Таким образом, имеются четыре структуры ($p_\alpha p_\beta p_\mu$, $p_\alpha q_\beta q_\mu$, $p_\alpha q_\beta p_\mu$, $p_\alpha p_\beta q_\mu$), которые мы можем использовать для вычисления формфактора $F(q^2)$. В настоящей работе используется вторая структура. Соответствующая инвариантная амплитуда $T(p^2, q^2, pq)$ удовлетворяет двойному дисперсионному соотношению по переменным p^2 и $(p-q)^2$, которое дает нам феноменологическое представление для T. Теоретическое представление для T можно получить применяя ООР для амплитуды $T_{\mu\alpha\beta}$:

$$T_{\mu\alpha\beta}(p,q)_{p^2\to-\infty} = \sum_i K^i_{\mu\alpha\beta}(p,q) < O_i(0)>_0 + \sum_j C^j_{\alpha\beta}(p) < i\int dy e^{-iqy}\, T(J_\mu(y) O_j(0))>_0, \qquad (2)$$

где $\{O_i\}$ — полный набор локальных операторов. Коэффициентные функции K^i и C^j определяются динамикой теории на малых ($\sim 1/|p|$) расстояниях и, таким образом, могут надежно вычисляться в рамках теории возмущений. Можно упростить дальнейшие вычисления, считая, что $p^2 = (p-q)^2$. Это позволяет выразить все встречающиеся в разложении импульсные переменные через два параметра: $t = -p^2$ и $Q^2 = -q^2$.

Исходя из ООР для амплитуды T (например, для π^+-мезона

$$T^{\text{теор}}(t, Q^2) = \frac{1}{t}\left\{ \frac{-1}{12\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2}\ln\left(\frac{\mu^2}{t}\right) - \Pi_1^{(u)}(Q^2)\right\} -$$

$$- \frac{Q^2}{t^2}\left\{\frac{1}{16\pi^2} - \frac{1}{8\pi^2}\ln\left(\frac{\mu^2}{t}\right) + \Pi_2^{(u)}(Q^2)\right\} + \frac{1}{t^2}\Pi_3^{(u)}(Q^2) + O(t^{-3}), \qquad (3)$$

разложения для K^0 и K^+ аналогичны), мы находим соответствующую спектральную плотность, из которой с помощью конечноэнергетических правил сумм извлекается информация о феноменологической спектральной плотности, входящей в дисперсионное соотношение для $T(t, Q^2)$ и, таким образом, об интересующем нас формфакторе. В (3) $\Pi_i(Q^2)$ обозначают вклады билокальных операторов. Для примера приведем определение функции $\Pi_2(Q^2)$:

$$i\int dy e^{-iqy} < T(\bar\psi(y)\gamma_\mu\psi(y)\bar\psi(0)\gamma_\beta\hat p(i\hat D)\hat p\gamma_\alpha\psi(0)) >_0 =$$

$$= p_\alpha q_\beta q_\mu\, 2(pq)\,\Pi_2^{(\psi)}(-q^2) + \text{другие структуры}, \qquad \psi = u, d, s.$$

Методика вычисления билокальных вкладов изложена в [4, 9]. Для $\Pi_2^{(u)}(Q^2)$ ее применение дает следующий результат:

$$\Pi_2^{(u)}(Q^2) = -\frac{1}{24\pi^2} + \frac{<\alpha_s G^2>_0}{24\pi\mu^4} + \frac{s_1}{8\pi^2}\left\{\frac{1}{m_\rho^2 + Q^2} - \frac{1}{m_\rho^2 + \mu^2}\right\} +$$

$$+ \frac{1}{8\pi^2}\ln\frac{(s_1 + \mu^2)}{(s_1 + Q^2)}, \qquad s_1 = 1{,}24\ \text{ГэВ}^2. \qquad (4)$$

В итоге мы получим следующую формулу для $F_{K^+}(Q^2)$:

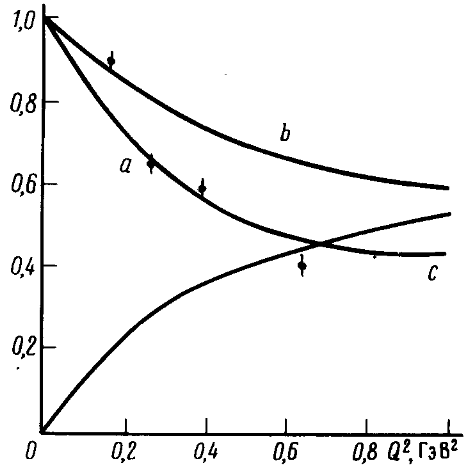
$$F_{K^+}(Q^2) = e_u\left\{\frac{s_0}{4\pi^2} - \frac{(M_K^2 + 3m_s^2 + 15m_u^2)}{12\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2}[M_K^2 - m_s^2 + m_u^2]\ln\left(\frac{\mu^2}{s_0}\right) + \right.$$

$$+ (m_s^2 - M_K^2)\Pi_1^{(u)}(Q^2) + \Pi_3^{(u)}(Q^2) + m_s\Pi_4^{(u)}(Q^2) - Q^2\left[\frac{3}{16\pi^2} - \frac{1}{8\pi^2}\ln(\mu^2/s_0) + \right.$$

$$\left.\left. + \Pi_2^{(u)}(Q^2)\right]\right\} - e_s\{u \leftrightarrow s\} \qquad (5)$$

Здесь e_i, m_i — заряд и масса i-го кварка, M_K — масса K-мезона. Формфакторы K^0 и π^+-мезонов получаются из (5) подстановкой $(u \to d)$ и $(s \to u, M_K \to 0)$ соответственно. Значение параметра s_0 (порога континуума) выбиралось из условия нормировки формфактора на заряд соответствующего мезона при $Q^2 = 0$. Например, для π^+ из условия $F_{\pi^+}(0) = 1$ получаем значение $s_0 = 0{,}7$ ГэВ^2, что близко к значению порога, даваемому уравнением дуальности: $s_0 = {}^1/_2(M_\pi^2 + M_{A_1}^2) = 0{,}8$ ГэВ^2. Параметр μ, входящий в (4), (5), соответствует точке нормировки в $\overline{MS}$-схеме. Мы полагали $\mu = 1$ ГэВ, m_s (1 ГэВ) = 200 МэВ [10], для параметров $<\bar\psi\psi>_0$ и $<\alpha_s G^2>_0$, входящих в билокальные вклады, брались стандартные значения [2]. Отметим, что, как и следовало ожидать, после учета μ-зависимости билокальных вкладов окончательные формулы для формфакторов фактически не зависят от μ (при условии, что μ не слишком мало).

Графики вычисленных в настоящей работе формфакторов $F_\pi(Q^2)$, $F_{K^+}(Q^2)$ и $F_{K^0}(Q^2)$ приведены на рисунке. Следует иметь в виду, что фактическим параметром разложения в формулах (4) является $x = Q^2/s_0$, так что область применимости полученных результатов ограничена сверху условием $Q^2 \lesssim s_0$. Используя уравнение (4) можно вычислить среднеквадратичные зарядовые радиусы π^+, K^+ и K^0 : это дает $< r_\pi^2 > = 0{,}46\ \Phi^2, < r_{K^+}^2 > = 0{,}25\ \Phi^2$ и $< r_{K^0}^2 > = -\ 0{,}042\ \Phi^2$.



На рисунке приведены вычисленные в работе форм-факторы $F_\pi(Q^2)$, $F_{K^+}(Q^2)$ и $10 \cdot F_{K^0}(Q^2)$ (кривые *(a)*, *(b)* и *(c)* соответственно). Экспериментальные данные взяты из работы [14] и относятся к формфактору π^+-мезона

Несколько слов о надежности полученных результатов. Строго говоря, она зависит как от степени надежности процедуры определения билокальных операторов, так и от величины высших степенных поправок к функции $T^{\text{теор}}$. Оценка вкладов билокальных операторов $\sim {}^1/_{t^3}$ показывает, что их вклад не превышает нескольких процентов. Что касается высших локальных поправок, то они, по крайней мере частично, учитываются подходящим выбором параметра s_0 (нормировкой формфактора на заряд при $Q^2 = 0$). Таким образом, мы приходим к заключению, что погрешность наших результатов в основном определяется использованием правил сумм КХД для нахождения значений билокальных операторов при малых Q^2 и, следовательно, не должна превышать 15 – 20 %. Нетрудно убедиться, что полученные нами значения среднеквадратичных радиусов с этой степенью точности согласуются с экспериментальными данными [11–13]

$$< r_\pi^2 > = 0{,}430 \pm 0{,}014\ \Phi^2 , \qquad < r_{K^+}^2 > = 0{,}28 \pm 0{,}05\ \Phi^2 ,$$
$$< r_{K^0}^2 > = -\ 0{,}054 \pm 0{,}026\ \Phi^2.$$

Мы благодарны А.Н.Тавхелидзе за постоянный интерес к нашей работе. Мы благодарим А.Л.Катаева и А.А.Пивоварова за многочисленные полезные обсуждения.

Литература

1. *Chetyrkin K.G., Krasnikov N.V., Tavkhelidze A.N.* Phys. Lett., 1978, **76 B**, 83.
2. *Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1979, **147B**, 385, 448.
3. *Nesterenko V.A., Radyushkin A.V.* Phys. Lett., 1982, **115B**, 410; *Ioffe B.L., Smilga A.V.* Phys. Lett., 1982, **114B**, 353.
4. *Yung A.V., Balitsky I.I.* Phys. Lett., 1983, **129B**, 388.
5. *Chetyrkin K.G., Gorishny S.G., Krasulin A.B., Larin S.A., Matveev V.A.* Preprint INR, P-0337, 1984.
6. *Иоффе Б.Л., Смилга А.В.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 250.
7. *Krasnikov N.V., Pivovarov A.A.* Phys. Lett., 1982, **114B**, 397; *Krasnikov N.V., Pivovarov A.A., Tavkhelidze N.N.* Z. Phys., 1983, **C19**, 301.
8. *Nesterenko V.A., Radyushkin A.V.* Preprint JINR, E2-84-230, 1984.
9. *Беляев В.М., Коган Я.И.* ЯФ, 1984, **140**, 1035.
10. *Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A.* Phys. Lett., 1984, **135B**, 457.
11. *Amendolia S.R. et al.* Int. Conf. High Energy Phys., Leipzig, 1984, contributed paper No. 283.
12. *Tsyganov E.* Proc. of the 19-th International Conference on High Energy Physics, Tokyo, 1978; *Dally E.B. et al.* Phys. Rev. Lett., 1980, **45**, 232.

13. *Molzon W.R. et al.* Phys. Rev. Lett., 1978, **41**, 1213.
14. *Bebek C. et al.* Phys. Rev., 1978, **17D**, 1693.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 января 1985 г.
