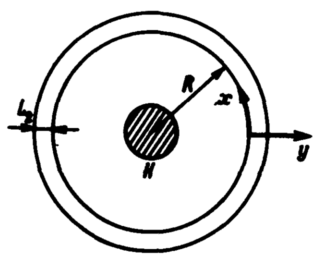
Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 407 – 410 *20 апреля 1970 г.*

КВАНТОВАНИЕ ПОТОКА В НОРМАЛЬНОМ МЕТАЛЛЕ

И.О.Кулик

Эффект квантования потока в полных тонкостенных сверхпроводящих цилиндрах [1–4] связан с возникновением циркулирующего тока J или, что эквивалентно, магнитного момента $M = \frac{1}{c} JS$ (S – сечение цилиндра), периодически изменяющегося в функции потока магнитного поля ϕ. В предыдущей работе автора [5] было показано, что такое же явление имеет место и в нормальном состоянии сверхпроводника при температуре $T > T_c$, когда дальний порядок отсутствует. Эффект обусловлен в последнем случае "флуктуационным спариванием" электронов [6]. В настоящей работе мы покажем, что квантование потока не связано с наличием сверхпроводящего дальнего порядка (типа ODLRO [3]) и может иметь место в условиях проявления квантового размерного эффекта [7] в полностью нормальном металле как следствие чувствительности квантовых состояний электрона к полю векторного потенциала A (так называемый эффект Ааронова – Бома [8]).



Рассмотрим полый тонкостенный металлический цилиндр (рисунок), помещенный в поле векторного потенциала A, создаваемого "точечным" источником магнитного поля (заштрихован на рисунке) – узким соленоидом, полем рассеяния которого можно пренебречь. Координата x отсчитывается вдоль периметра кольца (длина периметра $L_1 = 2\pi R$), y – по радиусу (толщина стенки L_2), а z – вдоль оси цилиндра. Предполагая L_2 малым, можем считать векторный потенциал в пределах области, занятой электронами, постоянным и равным $A = A_x = \phi / L_1$, где ϕ – поток, создаваемый соленоидом. Решая уравнение Шредингера в области, показанной на рисунке, легко находим волновые функции и уровни энергии электрона

$$\psi_{nmq} = \mathrm{const}\; e^{ik_n x}\, e^{iqz} \sin\frac{\pi m y}{L_2}, \quad k_n = \frac{2\pi n}{L_1}, \tag{1}$$

$$E_{nmq} = \frac{\hbar^2}{2m^*}\left[\left(k_n - \frac{eA}{\hbar c}\right)^2 + q^2 + \frac{\pi^2 m^2}{L_2^2}\right]. \tag{2}$$

Используя выражение для спектра (2), легко рассчитать свободную энергию системы F.

$$F = N\zeta - T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L_3 dq}{\pi} \ln\left(1 + e^{\frac{\zeta - E_{nmq}}{T}}\right). \quad (3)$$

Будем рассматривать для простоты случай достаточно малых толщин L_2, когда выполняется квантовый предел по m, так что можно учитывать лишь наинизший уровень $m = 1$. Из условия нормировки на полное число частиц химпотенциал равен $\zeta - \frac{\pi^2\hbar^2}{2m^* L_2^2} = \zeta_0 = \frac{\pi\hbar^2}{m^*} NL_2$ (N – концентрация электронов).

Согласно (2), (3), свободная энергия зависит от полного потока $\phi = L_1 A$. Дифференцируя F по ϕ, найдем магнитный момент системы μ ($\mu = M/S$):

$$\mu = -\partial F / \partial \phi, \quad (4)$$

который, таким образом, оказывается отличным от нуля. Легко видеть, что μ осциллирует в функции потока с периодом, равным кванту $\phi_0 = hc/e$, который, естественно, содержит однократный заряд электрона e. Используя (2) – (4), получим с помощью формулы Пуассона

$$\mu = \sum_{p=1}^{\infty} \mu_p \sin\left(2\pi p \frac{\phi}{\phi_0}\right), \quad (5)$$

где коэффициенты μ_p определяются формулами:

а) для вырожденной статистики ($\zeta_0 >> T$)

$$\mu_p = \frac{2eTk_0L_3}{\hbar c}\left(\frac{2}{\pi p L_1 k_0}\right)^{1/2} \frac{\sin(pL_1k_0 - \pi/4)}{\mathrm{sh}\left(p\frac{\pi m^* L_1}{\hbar^2 k_0} T\right)}, \quad k_0 = \left(\frac{2m^*\zeta}{\hbar^2}\right)^{1/2}; \quad (6)$$

б) для невырожденной статистики ($\zeta_0 << T$)

$$\mu_p = -\frac{Neh}{m^* c R} L_2 L_3 \frac{pT}{\epsilon_0} e^{-\pi^2 p^2 T/\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = \frac{\hbar^2}{2mR^2}. \quad (7)$$

Таким образом, вследствие квантования движения электрона в кольце и чувствительности квантовых состояний к векторному потенциалу A появляется магнитный момент μ, осциллирующий в функции потока ϕ. Наличие такого момента эквивалентно существованию кругового тока в кольце, однако это не есть обычный ток проводимости, а "диамагнитный" ток, аналогичный току, который можно ввести при интерпретации диамагнетизма Ландау (см., например, [9]). В отличие от сверхпроводников, где квантование потока связано с кооперативным движением куперовских пар, в данном случае такого рода дальний порядок отсутствует. Движение отдельных электронов происходит независимо, столкновения могут вызывать их перераспределение по состояниям, однако средний ток, как следствие зависимости энергий отдельных состояний и, в результате этого, полной энергии, от A, остается отличным от нуля. Токовое состояние отвечает в данном случае минимуму свободной энергии, поэтому учет диссипации не приводит к его распаду.

Так же как и при расчете осциллирующей части диамагнетизма Ландау, роль рассеяния электронов в данной задаче сводится к размытию уровней энергии и, вследствие этого, уменьшению амплитуды осциллирующих членов в (5). Феноменологически это может быть учтено введением "фактора Дингла" $\sim \exp(-\hbar/\tau \Delta E)$, где ΔE – расстояние между уровнями, τ – время свободного пробега (учитывающее также диффузность при отражении на стенках). Суммируя, можем заключить, что наблюдение эффекта возможно при достаточно низких температурах : $T << \Delta E \sim \hbar^2 k_0 / m^* L_1$, больших длинах свободного пробега $\ell \gtrsim L_1 = 2\pi R$ и высокой зеркальности отражения : $(1-p) \lesssim L_2/L_1$. Выполнение этих условий в эксперименте весьма трудно, даже если речь идет о металлах типа висмута [1)].

Отметим, что все изложенное не противоречит общим теоремам о связи квантования потока с наличием сверхпроводящего дальнего порядка [3]. Формально, данный эффект не является макроскопическим квантовым эффектом, так как в большой системе (при $R \to \infty$) величина магнитного момента μ обращается в нуль (см. (6), (7)). Скорее он аналогичен диамагнетизму замкнутых органических молекул. Однако, как показывают приведенные выше оценки, при выполнении определенных условий проявление эффекта возможно в образцах довольно больших размеров, рассматриваемых обычно как "макроскопические".

В заключение приношу глубокую благодарность И.М.Лифшицу и М.И.Каганову за обсуждение данной работы и ценные советы. Я также благодарен Б.И.Веркину за проявленный интерес к работе и ее обсуждение.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
9 марта 1970 г.

Литература

[1] F.London. Superfluids, I.Dover Publications, Inc., 1961.

[2] L.Onsager. Phys. Rev. Lett., 7, 50, 1961.

[3] C.N.Yang. Rev. Mod. Phys., 34, 694, 1962.

[4] F.Bloch. Phys. Rev. Lett., 21, 1241, 1968.

---

1) Наблюдение эффекта не обязательно должно быть связано с непосредственным измерением M. Так, продольная проводимость цилиндра в присутствии однородного поля будет осциллирующей функцией потока, что аналогично эффекту Паркса – Литтла [10] – осцилляциям сопротивления на кривой перехода сверхпроводящих цилиндров в поле.

[5] И.О.Кулик. ЖЭТФ, 58, вып. 5, 1970.

[6] Л.Г.Асламазов, А.И.Ларкин. ФТТ, 10, 1104, 1968.

[7] И.М.Лифшиц, А.М.Косевич. Изв. АН СССР, сер. физ., 19, 395, 1955; ЖЭТФ, 29, 743, 1955.

[8] Y.Aharonov, D.Bohm. Phys. Rev., 115, 485, 1959; 123, 1511, 1961.

[9] B.D. Josephson. Phys. Rev., 152, 211, 1966.

[10] R.D.Parks, W.A.Little. Phys. Rev., 133, A97, 1964.