Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 554 – 556 *5 июня 1970 г.*

К ТЕОРИИ СМЕШАННОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ВТОРОГО РОДА

Э.Г.Батыев

Предлагается способ описания сверхпроводника в случае, когда куперовские пары могут образовывать несколько конденсатов, т. е. накапливаться в нескольких различных состояниях. Эта задача имеет смысл при наличии вырождения основного состояния куперовской пары, что происходит в сверхпроводнике второго рода в магнитном поле.

Отправной точкой является теория Гинзбурга – Ландау [1]. В этой теории свободная энергия имеет вид:

$$F = F_0 + \int d^3r \left\{ \frac{1}{2m} \left|\left(\nabla - i\frac{e}{c}A\right)\psi\right|^2 + a|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 + \frac{H^2}{8\pi} \right\}, \quad (1)$$

где F_0 – свободная энергия нормального металла в отсутствие магнитного поля, H – магнитное поле, A – векторный потенциал, ψ – волновая функция пары как целого (e – удвоенный заряд электрона).

Теория Гинзбурга – Ландау не приспособлена к ситуации, когда одновременно может заполняться несколько состояний, скажем, некогерентно. В этом случае можно поступить следующим образом. Сопоставим системе бозе-частиц (куперовских пар) гамильтониан

$$\hat{\mathcal{H}} = \int d^3r \left\{ -\frac{1}{2m} \hat{\psi}^+ \left(\nabla - i\frac{e}{c} A \right)^2 \hat{\psi} + a\hat{\psi}^+\hat{\psi} + \frac{\beta}{2} \hat{\psi}^+\hat{\psi}^+\hat{\psi}\hat{\psi} \right\}, \quad (2)$$

который получается из (1) заменой $\psi \to \hat{\psi}$, где $\hat{\psi}$ – оператор бозевского типа (определение его дано ниже).

Возможность такого сопоставления является основным предположением, в пользу которого можно привести следующий аргумент. Как показано в [2], фазовый переход в сверхпроводнике эквивалентен переходу в системе взаимодействующих бозе-частиц. Роль бозе-частиц играют куперовские пары. Можно убедиться, что гамильтониан такой системы совпадает с (2).

Рассмотрим сверхпроводник второго рода в магнитном поле. Предположим, что магнитное поле внутри сверхпроводника постоянно, что оправдывается результатом. Тогда оператор $\hat{\psi}$ можно записать в таком виде:

$$\hat{\psi} = \sum_k \hat{a}_k \psi_k , \quad (3)$$

где ψ_k – ортонормированный набор волновых функций основного состояния частицы в магнитном поле, т. е. ψ_k являются решениями уравнения

$$-\frac{1}{2m}\left(\nabla - i\frac{e}{c}A\right)^2 \psi_k = \frac{H}{H_{c2}} |a| \psi_k \quad (4)$$

(импульс частицы вдоль поля равен нулю). Операторы $\hat{a}_k$, $\hat{a}_k^+$ – обычные бозе-операторы уничтожения и рождения частицы в состоянии ψ_k с перестановочными соотношениями

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^+] = \delta_{kk'} , \quad [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}] = 0 . \tag{5}$$

В разложении (3) учтены только основные уровни, так как возбужденные состояния играют роль в очень узкой окрестности вблизи точки перехода (см., например, [2]).

Оказывается, основному состоянию оператора $\hat{\mathcal{H}}$ (2) соответствует волновая функция

$$\phi = \hat{\psi}^+(r_1)\, \hat{\psi}^+(r_2) \dots \hat{\psi}^+(r_N)\, |0> , \tag{6}$$

где точки $r_1\, r_2 \dots r_N$ распределены равномерно по сечению S сверхпроводника ($\hat{\psi}$ не зависит от координаты вдоль H), N – число частиц. Число этих точек пропорционально объему V, а двумерная плотность $\sim \dfrac{V}{S}$, так что среднее расстояние между точками стремится к нулю в пределе большого объема.

В волновой функции (6) нет выделенных точек, поэтому плотность постоянна, и нет выделенных направлений перпендикулярно H, поэтому токи равны нулю, т. е. $H = \text{const}$ внутри сверхпроводника.

Среднее значение оператора (2) по состоянию (6) есть

$$< \hat{\mathcal{H}} > = a\left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right) N + \frac{\beta}{2}\, \frac{N^2}{V} . \tag{7}$$

В справедливости этого выражения можно убедиться, записав оператор (2) и волновую функцию (6) в координатном представлении и учитывая тот факт, что для бозе-системы в вариационном принципе можно использовать несимметричную по координатам частиц функцию (в качестве таковой берется одно из слагаемых в выражении для ϕ в координатном представлении). Доказательство (7) и более подробное изложение рассмотренных здесь вопросов будет дано в другом месте.

Свободная энергия системы

$$F = F_0 + < \hat{\mathcal{H}} > + \int \frac{H^2}{8\pi}\, d^3 r . \tag{8}$$

Минимальное значение этой величины при заданном H равно

$$\frac{F - F_0}{V} = - \frac{H_c^2}{8\pi} \left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right)^2 + \frac{H^2}{8\pi} , \tag{9}$$

где $H_c^2 / 8\pi = a^2 / 2\beta$.

Сравнение с результатами Абрикосова для вихревой структуры [3] показывает, что однородное смешанное состояние (6) является более выгодным. Так, например, вблизи H_{c2} для вихревой структуры [3] имеем:

$$\left(\frac{F - F_0}{V}\right)_{\text{вихр}} = \frac{-H_c^2}{8\pi} \left(1 - \frac{H}{H_{c2}}\right)^2 \frac{2\kappa^2}{1 + (2\kappa^2 - 1)\beta_0} + \frac{H^2}{8\pi} , \tag{10}$$

где κ – параметр теории Гинзбурга – Ландау ($\kappa > 1/\sqrt{2}$ для сверхпроводников второго рода), $\beta_0 > 1$ для любой решетки (для треугольной $\beta_0 = 1,16$), H в данном случае – среднее магнитное поле внутри сверхпроводника.

Одночастичная матрица плотности состояния (6) имеет вид

$$< \hat{\psi}^+(r') \hat{\psi}(r) > \sim \sum_k \psi_k^*(r') \psi_k(r) . \tag{11}$$

Эта величина экспоненциально спадает на расстояниях порядка $\left(\frac{c}{eH}\right)^{1/2}$.

Поэтому можно сказать, что в состоянии (6) нет дальнего порядка в том смысле, как это обычно понимают.

Однородное смешанное состояние имеет место в интервале $H'_{c1} < H_0 < H_{c2}$ (для массивного длинного цилиндра вдоль поля; H_0 – внешнее поле), причем $H'_{c1} = H_c / \sqrt{2}\kappa$ и меньше нижней границы для вихревого состояния H_{c1}. В точках H'_{c1} и H_{c2} происходит фазовый переход второго рода.

Возникает вопрос, каким образом проникает магнитное поле в массивный образец при изменении внешнего поля. По-видимому, это происходит посредством образования зародыша вблизи поверхности, поперечный размер которого порядка характерного размера величины (11), т. е. $\left(\frac{c}{eH}\right)^{1/2}$. При $H_0 \to H'_{c1}$ размер зародыша велик, так как $H \to 0$. Поэтому однородное смешанное состояние в массивном цилиндре вряд ли осуществляется, кроме окрестности вблизи H_{c2}.

Вопроса о проникновении поля нет в случае тонкой пластины поперек поля (размер пластины вдоль поля мал по сравнению с остальными размерами), так как внешнее поле не экранируется, $H = H_0$. Поэтому здесь должно осуществляться однородное состояние, а не вихревое (для пластины энергия вихревого состояния (10) возрастает еще за счет, например, неоднородности поля вблизи поверхности пластины). Это наиболее подходящий объект для экспериментальной проверки теории.

Благодарю за многократные полезные обсуждения и интересные замечания А.И.Ларкина и В.Л.Покровского, а также И.Е.Дзялошинского, А.П.Казанцева и Г.М.Элиашберга.

Институт физики полупроводников
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
18 марта 1970 г.

После переработки
28 апреля 1970 г.

Литература

[1] В.Л.Гинзбург, Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 20, 1064, 1950.

[2] Э.Г.Батыев, А.З.Паташинский, В.Л.Покровский. ЖЭТФ, 46, 2093, 1964.

[3] А.А.Абрикосов. ЖЭТФ, 32, 1442, 1957.

[4] W.H.Kleiner, L.M.Roth, S.H.Autler. Phys. Rev., A133, 1226, 1964.