

Письма в ЖЭТФ, том 11, стр. 594 – 597

20 июня 1970 г.

ОБ ЭФФЕКТЕ ШВАРЦА И ХОРА

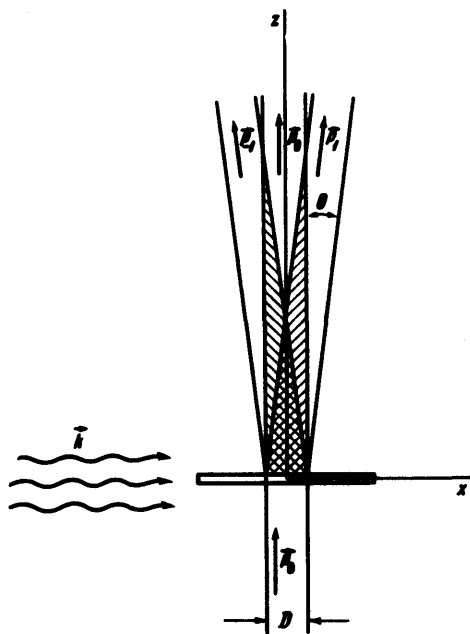
Д.А.Баршалович, М.И.Дьяконов

1. Недавно Шварц и Хора сообщили результаты интересных экспериментов по модуляции электронного пучка ($E_0 = 50 \text{ кэВ}$), возникающей в результате прохождения этого пучка через тонкий кристалл ($d = 10^{-5} \text{ см}$), помещенный в по-

ле световой волны лазера ($\lambda = 4880 \text{ \AA}$) [1]. Модуляция пучка электронов с оптической частотой ω приводила к появлению свечения той же частоты при попадании пучка на металлический экран. На экране наблюдалась система световых пятен, соответствующих прямо прошедшему пучку, а также пучкам, дифрагировавшим на кристалле. В настоящей работе дано объяснение этих экспериментов и приведены результаты квантовой теории модуляции электронного пучка. При этом мы ограничимся здесь рассмотрением лишь прямо прошедшего пучка.

Прежде всего заметим, что в отсутствие кристалла пересечение электронного пучка с лучом лазера не может привести к модуляции пучка ¹⁾, поскольку поглощение электроном одного или нескольких фотонов лазерного излучения запрещено законами сохранения. Наличие кристалла делает этот процесс возможным, так как необходимый импульс электрон может получить от кристалла.

2. При классическом описании явления модуляция пучка возникает из-за того, что нормальная составляющая электрического поля волны испытывает скачок на поверхности кристалла. Поэтому средняя сила, действующая на электрон со стороны поля не равна нулю; в итоге скорость электрона изменится, причем это изменение зависит от фазы поля во время прохождения электрона через кристалл. Уменьшение напряженности поля у краев светового пучка происходит на расстояниях, много больших длины волны. Поэтому время прохождения электроном краевой области гораздо больше периода колебаний и эта область не дает вклада в изменение скорости электрона.



Результирующее изменение энергии электрона согласно классической механике есть $u \sin \omega t$

$$u = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{2e \mathcal{E}_z v}{\omega} \sin \frac{\omega d}{2v} \quad , \quad (1)$$

¹⁾ Противоположное утверждение сделано в работе [2].

где ϵ — диэлектрическая проницаемость кристалла, e — заряд электрона, v — его скорость, направленная перпендикулярно поверхности кристалла вдоль оси z , \mathcal{E}_z — нормальная составляющая электрического поля на внешней стороне поверхности кристалла.

Если величина u , определяемая формулой (1), меньше энергии кванта $\hbar\omega$, то классическое описание модуляции заведомо неприменимо. В условиях эксперимента Шварца и Хора отношение $u/\hbar\omega < 0,1$, поэтому необходимо квантово-механическое рассмотрение. Отметим, что классическое описание использовалось в работе [2].

3. Согласно квантовой механике, электрон, прошедший через кристалл, освещаемый лазером, не обладает определенными энергией и импульсом. Его волновая функция представляет собой суперпозицию состояний, возникших в результате поглощения или испускания n квантов $\hbar\omega$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$). Модуляция плотности и тока электронов обусловлена интерференцией этих состояний. Приведем решение уравнения Шредингера для электрона, падающего вдоль оси z на пластинку, расположенную в плоскости $z = 0$. Луч лазера направлен по оси x и имеет произвольную линейную поляризацию (см. рисунок). Ψ — функция электрона, прошедшего через кристалл, вне области действия поля лазерного излучения имеет вид

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\left(-\frac{u}{\hbar\omega}\right) \exp\left(-i\frac{E_n t}{\hbar} + i\frac{\mathbf{p}_n \mathbf{r}}{\hbar}\right), \quad (2)$$

где J_n — функция Бесселя n -го порядка, $E_n = E_0 + n\hbar\omega$, $\mathbf{p}_n = (n\hbar k, 0, \sqrt{p_0^2 + 2mn\hbar\omega - n^2\hbar^2 k^2})$, $E_0 = \frac{p_0^2}{2m}$ — начальная энергия электрона. Величина u по-прежнему определяется формулой (1). Модуляция возникает лишь за счет компоненты электрического поля волны \mathcal{E}_z , нормальной к поверхности кристалла. Это согласуется с данными работы [1]. Решение (2) справедливо при выполнении следующих условий: 1) амплитуда изменения скорости электрона в световой волне мала по сравнению с начальной скоростью $e\mathcal{E}_z/p_0\omega \ll 1$, 2) энергия кванта мала по сравнению с энергией электрона $\hbar\omega/E_0 \ll 1$, 3) длина волны электрона мала по сравнению с характерным расстоянием порядка атомного, на котором изменяется поле у поверхности кристалла. Эти условия, как правило, хорошо выполняются; в частности, они с запасом в несколько порядков выполнялись в эксперименте [1].

4. В эксперименте Шварца и Хора параметр $u/\hbar\omega < 0,1$, так что играли роль лишь однофотонные переходы ($n = \pm 1, 0$). При этом из формулы (2) находим плотность тока в расчете на один электрон (при $z \ll \frac{v}{\omega} \left(\frac{E_0}{\hbar\omega}\right)^2 \sim 10^5$ см).

$$j(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{v} \left[1 + 2 \frac{u}{\hbar\omega} \sin\left(\frac{\omega}{v} \frac{\hbar\omega}{4E_0} z\right) \sin\omega\left(t - \frac{z}{v} - \frac{x}{c}\right) \right]. \quad (3)$$

Это же выражение можно получить непосредственно в первом порядке теории возмущений. Важной особенностью формулы (3) является периодическая зависимость глубины модуляции от z с периодом $\ell = (\pi v/\omega)(4E_0/\hbar\omega) = 3,2$ см. Эта

существенно квантовая периодичность ранее не рассматривалась. В работе [1] зависимость глубины модуляции от z не исследовалась.

Формула (3) не учитывает ограниченности пучка электронов в плоскости xy . В соответствии с (2) при поглощении (испускании) фотона электрон получает составляющую импульса по оси x , равную $\hbar k$ (или $-\hbar k$). Это приводит к тому что волновые пакеты, соответствующие различным n в формуле (?), распространяются в разных направлениях ($\theta = \hbar k/p_0 \sim 10^{-5}$). В случае ограниченно-го пучка диаметром D волновые пакеты с $n = 0$ и $n = 1$ перекрываются лишь при $z < D\theta$, а при больших z интерференция между ними отсутствует и модуляция пропадает. Как видно из рисунка при $D\theta/2 < z < D\theta$ существуют две области модуляции, так что по мере удаления металлического экрана светящееся пятно сначала раздвоится, а потом исчезнет. При этом на люминесцирующем экране появятся три отдельных пятна, одно яркое и два, более слабые, по краям.

5. При больших значениях параметра $u/\hbar\omega$ появляется модуляция на высших гармониках. В случае, когда налетающий электрон описывается плоской волной, плотность тока имеет вид

$$j(r, t) = ev \left[1 + 2 \sum_{s=1}^{\infty} J_s \left(\frac{2u}{\hbar\omega} \sin \pi \frac{sz}{\ell} \right) \sin s\omega \left(t - \frac{z}{v} - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (4)$$

Выражение для амплитуды s -й гармоники в (4) справедливо при $sz \ll (2/3)(\hbar\omega E_0/u^2)\ell$. Переход к классическому пределу осуществляется при $sz \ll \ell$. При $sz > \ell_{кл} = (\hbar\omega/u)\ell$ происходит известное в теории клистрона [3] уменьшение глубины модуляции. Замечательное отличие квантовой формулы (4) от классической состоит в том, что на расстоянии $z \sim \ell/s \gg \ell_{кл}/s$ вновь появляется высокая степень модуляции, и области, где модуляция велика, периодически повторяются в пространстве с периодом ℓ/s . Учет ограниченности электронного пучка приводит при $u/\hbar\omega \gg 1$ к сложной зависимости картины световых пятен на экране от расстояния z .

6. Излучение, возникающее при взаимодействии с экраном модулированного пучка электронов, рассматривалось в [2]. Однако, в этой работе не учитывалась зависимость фазы модуляции от координаты x (ср. (4)). Не приводя здесь детальных характеристик излучения, отметим лишь резкую анизотропию его углового распределения, зависящую от ориентации экрана. В эксперименте [1] такая анизотропия по-видимому не наблюдалась, так как поверхность используемого экрана не была плоской с точностью до длины волны света.

В заключение обратим внимание на необходимость дальнейшего экспериментального изучения модуляции электронного пучка на оптических частотах. Было бы весьма интересно обнаружить указанные выше квантовые особенности этого явления.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
4 мая 1970 г.

Литература

- [1] H.Schwarz, H.Hora. Appl. Phys. Lett., 15, 349, 1969.
[2] П.Л.Рубин. Письма в ЖЭТФ, 11, 356, 1970.
[3] В.М.Лопухин. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками, М., 1953.