Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 6, стр. 272 – 275 *25 марта 1985 г.*

К ПРОБЛЕМЕ АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ В СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

Д.И.Казаков

Найдена явная связь между оператором аксиального тока, удовлетворяющим теореме Адлера – Бардина, и суперсимметричным аксиальным током,входящим в суперток. При этом аксиальная и суперконформная аномалии взаимосогласованы во всех порядках теории возмущений.

1. Проблема аксиальной аномалии в суперсимметричных калибровочных теориях привлекла в последнее время пристальное внимание [1–6]. Суть ее состоит в том, что согласно теореме Адлера – Бардина дивергенция аксиального тока содержит только первый порядок по α [7]

$$\partial_\mu j^5_\mu = -\frac{\alpha N}{4\pi}\mathcal{F}_{\mu\nu}\widetilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} \qquad (1)$$

(N относится к калибровочной группе $SU(N)$), в то время как суперконформная аномалия, включающая и аксиальную, пропорциональна β-функции, т.е. включает все порядки теории возмущений [8].

$$\partial_\mu J^5_\mu = \frac{1}{3}\,\frac{B(\alpha)}{\alpha}\,[F_{\mu\nu}\widetilde{F}_{\mu\nu} + 2\partial_\mu J^5_\mu]. \qquad (2)$$

Другой источник противоречия – аномальная размерность тока. Для тока $A - Б$ j^5_μ аномальная размерность отлична от нуля. В то же время, аксиальный ток J^5_μ является компонентой супермультиплета, включающего также тензор энергии – импульса, имеющий, очевидно, нулевую аномальную размерность. Это оказывается не совместным с условием, что аномалии образуют супермультиплет.

Решение возникшей проблемы кроется в существе процедуры перенормировок. Противоречия устраняются, если принять во внимание тот факт, что мы имеем дело с двумя различными схемами перенормировки. Теорема *АБ* имеет место в специальной схеме, нарушающей суперсимметрию. Квантовые операторы в суперсимметричной схеме и в схеме *АБ* не совпадают, но связаны конечными мультипликативными преобразованиями. Это относится не только к токам, но и к операторам $F\tilde{F}$, входящим в аксиальную аномалию (1), (2). Учет только перенормировки токов, как это будет показано ниже, недостаточен и породил ряд противоречивых утверждений в литературе [1-4].

2. Рассмотрим перенормированные операторы, входящие в аксиальную аномалию (1), (2). Они удовлетворяют стандартным уравнениям ренормгруппы, записанным в соответствующей схеме перенормировок:

$$[\mu \frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(a)\frac{\partial}{\partial a} - \hat{\gamma}(a)]\begin{pmatrix}\partial_\mu j^5_\mu(a)\\ \mathcal{F}_{\mu\nu}\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}(a)\end{pmatrix} = 0, \qquad (3)$$

$$[\mu \frac{\partial}{\partial\mu} + B(A)\frac{\partial}{\partial A} - \hat{\Gamma}(A)]\begin{pmatrix}\partial_\mu J^5_\mu(A)\\ F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}(A)\end{pmatrix} = 0, \qquad (4)$$

где $\beta(a)$ и $B(A)$ суть β-функции, а $a \equiv \alpha_{AБ}N/2\pi$ и $A \equiv \alpha_{CC}N/2\pi$ – перенормированные заряды, а матрицы аномальных размерностей имеют треугольный вид [6,9]:

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix}\gamma_{11} & 0\\ \gamma_{21} & \gamma_{22}\end{pmatrix}, \quad \hat{\Gamma} = \begin{pmatrix}\Gamma_{11} & 0\\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22}\end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Эти матрицы могут быть найдены прямым вычислением, однако некоторые общие свойства следуют уже из условия ренорминвариантности аномалий [9]:

$$[\mu \frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(a)\frac{\partial}{\partial a}]\{\partial_\mu j^5_\mu + \frac{a}{2}\mathcal{F}_{\mu\nu}\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}\} = 0, \qquad (6)$$

$$[\mu \frac{\partial}{\partial\mu} + B(A)\frac{\partial}{\partial A}]\{\partial_\mu J^5_\mu - \frac{B(A)}{3A}[F_{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} + 2\partial_\mu J^5_\mu]\} = 0. \qquad (7)$$

Комбинируя уравнения (3) и (6) и (4) и (7) получаем матрицы (5) в виде

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix}\gamma_{11} & 0\\ -\frac{2\gamma_{11}}{a} & -\frac{\beta(a)}{a}\end{pmatrix}, \qquad \hat{\Gamma} = \begin{pmatrix}0 & 0\\ -2A\left(\frac{B}{A}\right)' & -A\left(\frac{B}{A}\right)'\end{pmatrix}, \qquad (8)$$

где мы учли тот факт, что аномальная размерность тока $\Gamma_{11} = 0$ в *CC*-схеме. В схеме *АБ* аномальная размерность обращается в нуль в однопетлевом приближении, а далее отлична от нуля и равна [9,2]

$$\gamma_{11}(a) = -\frac{3}{2}a^2 + O(a^3).$$

3. Исходя из общих положений теории перенормировок, мы заключаем, что перенормированные операторы различных схем связаны друг с другом конечным мультипликативным преобразованием

$$\begin{pmatrix} \partial_\mu J^5_\mu (A) \\ F_{\mu\nu} \widetilde{F}_{\mu\nu} (A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} (A) & 0 \\ S_{21} (A) & S_{22} (A) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_\mu j^5_\mu (a) \\ \mathcal{F}_{\mu\nu} \widetilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} (a) \end{pmatrix}, \tag{9}$$

причем $A = Z(A)\, a$.

С учетом уравнения (9) условие совместимости уравнений (1) и (2) приобретает вид

$$B(A) = -\frac{3A^2}{2}\frac{S_{11}}{S_{22}Z}\left(1 - A\,\frac{S_{11} + \frac{1}{2}S_{21}}{S_{22}Z}\right)^{-1}. \tag{10}$$

Заметим, что первые два коэффициента β-функции схемноинвариантны и равны $B(A) = -\frac{3}{2}A^2(1 + A + \ldots)$.

Комбинируя уравнения (3), (4) и (9) для матрицы $\hat{S}$ получаем уравнение

$$B(A)\,\frac{d\hat{S}(A)}{dA} = \hat{\Gamma}\hat{S} - \hat{S}\hat{\gamma} \tag{11}$$

с начальным условием $\hat{S}(0) = \mathbb{1}$.

С учетом (8) уравнение (11) имеет решение

$$\hat{S}(A) = \begin{pmatrix} e & 0 \\ \frac{2B_0 A}{B(A)}(1 - e) - 2e & \frac{B_0 A^2}{B(A)\,Z(A)} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где $B_0 = -3/2$ есть первый коэффициент β-функции, а $e \equiv \exp\left(-\int_0^A \frac{\gamma_{11}(Z^{-1}A)}{B(A)}\,dA\right)$.

При этом мы учли связь между β-функциями двух схем

$$\frac{\beta(a)}{a} = \frac{B(A)}{A}\left(1 - \frac{Z'}{Z}A\right). \tag{13}$$

Заметим, что для выполнения начального условия существенно то, что разложение γ_{11} начинается с $-3/2\, a^2$.

Подставляя (12) в (10) убеждаемся, что уравнение (10) удовлетворяется тождественно для любых γ_{11}, B и Z во всех порядках ТВ.

4. Тем самым, найдем явный вид преобразования, переводящего операторы из схемы Адлера – Бардина в суперсимметричную схему. Аксиальные аномалии (1), (2) при этом взаимно согласованны, аномальные размерности двух токов – различны. Ограничение на вид β-функции не возникает. Константа $Z(A)$ произвольная и может быть найдена, например, из уравнения (13). Таким образом, преобразование (9), (12) решает проблему аксиальной аномалии.

Автор признателен Б.Т.Саздовичу и О.В.Тарасову за многочисленные полезные обсуждения.

Литература

1. *Grisaru M.T., West P.C.* Supersymmetry and the Adler – Bardeen theorem, Brandeis University preprint BRX-TH-141, 1983.

2. *Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Новиков В.А., Шифман М.А.* Письма в ЖЭТФ, 1984, **40**, 161.
3. *Jones D.R.T.* Phys. Lett., 1983, **123B**, 45.
4. *Jones D.R.T., Leveille J.D.* Phys. Lett., 1982, **109B**, 449; Nucl. Phys., 1982, **B206**, 473.
5. *Jones D.R.T., Mezincescu L.* Phys. Lett., 1984, **136B**, 242; ibid, 1984, **138B**, 293.
6. *Breitenlohner P., Maison D., Stelle K.S.* Phys. Lett., 1984, **134B**, 63.
7. *Adler S.L., Bardeen W.A.* Phys. Rev., 1969, **182**, 1517.
8. *Piguet O., Sibold K.* Nucl. Phys., 1982, **B126**, 428, 447.
9. *Espriu D., Tarrach R.* Z. Phys., 1982, **C16**, 77.

Объединенный
институт ядерных исследований

Поступила в редакцию
3 января 1985 г