

*Письма в ЖЭТФ, том 12, стр. 118 – 121*

*20 июля 1970г*

**К ВОПРОСУ О ВТОРОЙ ВЕТВИ СПЕКТРА  
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ЖИДКОМ  $\text{He}_4$**

*Л.П. Питаевский*

Недавние сообщения об экспериментальном обнаружении второй ветви элементарных возбуждений в жидком гелии [1] побуждают обсудить этот вопрос с теоретической точки зрения. Речь прежде всего идет о возможности существования связанного состояния двух ротонных с энергией  $\epsilon < 2\Delta$ . Такое связанное состояние должно проявляться в виде полюса в вершинной части для рассе-

яния ротона на ротоне. Такая вершинная часть при суммарной энергии ротонов  $\epsilon \approx 2\Delta$  была вычислена в [2] и имеет вид: <sup>1)</sup>

$$\gamma_2 = \frac{Q}{1 + Q \ln \frac{\alpha}{2\Delta - \epsilon}}, \quad \alpha(p) \rightarrow 0 \text{ при } p \rightarrow 2p_0. \quad (1)$$

(См. [2] формула (33). Выражение для  $\gamma_2$  отличается от выписанного в (33) выражения для "тройной" вершины  $\Gamma$  лишь множителем.) Дальнейший анализ производился в [2] в предположении, что  $Q > 0$ . Если же, однако,  $Q < 0$ , т. е. если ротон притягивается, то при сколь угодно малом значении амплитуды взаимодействия  $Q$  вершина будет иметь полюс при энергии

$$\epsilon_2(p) = 2\Delta - \alpha \exp(-1/|Q|) \quad (2)$$

и в гелии появится новая ветвь спектра с энергией, меньшей, чем  $2\Delta$ , но близкой к ней. Легко видеть, что эта ветвь должна оканчиваться как незатухающая со стороны малых импульсов при  $p = 0,95 \text{ \AA}^{-1}$ . В этой точке двухчастичное возбуждение может распадаться на два одночастичных с энергией  $\sim \Delta$  и импульсом  $\sim 0,43 \text{ \AA}^{-1}$  каждое. Скорость двухчастичного возбуждения будет в этой точке близка к скорости обычного звука  $u$ . (По произведенной в [2] классификации этот распад относится к типу  $\beta$ , причем скорость возбуждения при  $p \sim 0,43 \text{ \AA}^{-1}$  мало отличается от  $u$ ).

В случае, если  $Q < 0$  и двухчастичная ветвь существует, это приведет к изменению хода одночастичной ротонной ветви при  $\epsilon \approx 2\Delta$ . Гриновская функция (см. [2] формула (34)) в пределе слабого взаимодействия имеет вид:

$$G^{-1} = \left[ \omega - \epsilon_0(p) + \beta \ln \left( \frac{\alpha}{2\Delta - \epsilon} \right) \left( 1 - |Q| \ln \frac{\alpha}{2\Delta - \epsilon} \right)^{-1} \right], \quad (3)$$

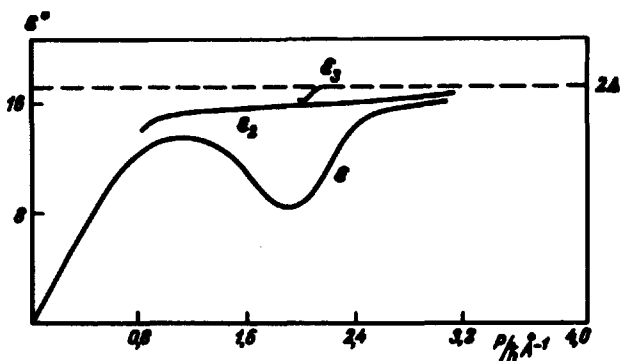
где  $\epsilon_0(p)$  — "невозмущенная" (т. е. без учета особых графиков [2] рис.2) энергия ротона,  $\beta$  — положительная величина. Из [3] видно, что одночастичная ветвь никогда не может пересечься с двухчастичной, так как уравнения  $\gamma_2^{-1} = 0$  и  $G^{-1} = 0$  не имеют общих решений. Поэтому имеется две возможности поведения спектра при  $\epsilon \approx 2\Delta$ . Либо с увеличением импульса сначала оканчивается при  $\epsilon = 2\Delta$  двухчастичная ветвь (при том значении импульса, при котором меняет знак взаимодействие ротонов  $Q$ ), а потом одночастичная. Либо обе ветви идут почти горизонтально до точки  $p = 2p_0$ . Так как  $\alpha \rightarrow 0$  при  $p \rightarrow 2p_0$ , энергия двухчастичной ветви в этой точке равна  $2\Delta$  и эта ветвь здесь оканчивается. Одночастичная же ветвь после этого может подняться выше уровня  $2\Delta$ . В качестве интересной возможности в этом случае можно предположить, что в дальнейшем эта ветвь перейдет в спектр вихревых колец (см [3]).

Отметим, наконец, еще одну интересную возможность, которая осуществляется, если в [3]  $\frac{\beta}{|Q|} < \Delta$ . Тогда имеется еще третья — вторая одночастич-

<sup>1)</sup> Формула (1) перестает годиться при суммарном импульсе ротонов  $p \rightarrow 0$ . Это, однако, несущественно для дальнейшего.

ная — ветвь  $\epsilon_3(p)$ , идущая выше двухчастичной, но ниже прямой  $\epsilon = 2\Delta$ , и достигающая  $2\Delta$  при значении импульса, определяемом уравнением  $\epsilon_0(p) = 2\Delta - \frac{\beta}{|Q|}$ .

Все эти ветви при  $T = 0$  являются строго незатухающими, но имеют весьма близкие значения энергии, поэтому для их четкого наблюдения могут потребоваться весьма низкие температуры. Общий ход спектра схематически показан на рисунке.



Еще раз подчеркнем, что согласно формуле (2) двухчастичная ветвь лежит обязательно при  $\epsilon < 2\Delta$ . Упомянутые в [1] экспериментальные данные Будса и Коули свидетельствуют о том, что максимум в рассеянии нейтронов лежит при  $\epsilon \sim 20^\circ > 2\Delta$ . Отсутствие ветви с  $\epsilon < 2\Delta$  во всяком случае означает, что ротонны отталкиваются. Покажем теперь, что независимо от знака  $Q$  сечение рождения двух ротонов нейтроном с передачей энергии  $\epsilon \gtrsim 2\Delta$  имеет в этой области максимум. Заметим, прежде всего, что сечение имеет особенность при тех значениях переменных, при которых имеет особенность ротон-ротонная амплитуда  $\gamma_2$ . Это видно из диаграмм рис. 3 в [2]. Вершина же  $\gamma_2$  имеет особенность типа  $\ln^{-1} \frac{a}{2\Delta - \epsilon}$  при  $\epsilon = 2\Delta$ , как это следует из (1). Далее легко по-

казать, что при  $\epsilon = \Delta + \Delta_m$  для  $\gamma_2$  имеется выражение, которое отличается от (1) только наличием множителя  $i$  перед логарифмом, так что в  $\gamma_2$  и в сечении имеется особенность вида  $\ln^{-1} \frac{a'}{\Delta + \Delta_m - \epsilon}$ , где  $\Delta_m = 13,4^\circ$  — энергия рото-

на в максимуме. Первая особенность соответствует минимуму сечения рождения ротонов, вторая — либо максимуму, либо минимуму. В первом случае максимум будет лежать при  $\epsilon \approx \Delta + \Delta_m \approx 22^\circ$ , во втором — при  $2\Delta < \epsilon < \Delta + \Delta_m$ . Интервал импульсов, в котором этот максимум должен иметь место дается неравенствами

$$p_0 - p_m < p < p_0 + p_m$$

( $p_m \approx 1,1 \text{ \AA}^{-1}$ ). Кроме того из [2] формула (48) видно, что сечение должно иметь максимум на формальном продолжении невозмущенного ротонного спектра за уровень  $2\Delta$ . (Кстати говоря, аналогичный максимум должен иметься и на продолжении двухчастичной ветви в сторону малых импульсов). Возможно сказанное дает объяснение результатам Будса и Коули. Отметим, что приведенное объяснение не противоречит предположению о наличии в  $\gamma_2$  полюса в

комплексной плоскости — затухающей ветви спектра — высказанному в [1] на основе рассмотрения конкретной модели. Мы утверждаем лишь, что теория может строго фиксировать не положение этого полюса, а положение минимумов, примыкающих к максимуму сечения.

В заключение выражаю благодарность И.Б.Левинсону за полезное обсуждение и Ф.Ивамото за присылку препринта [1]. После того, как работа была подготовлена к печати, а краткое изложение результатов послано для опубликования в [4], нам стал известен препринт [5], в котором также рассматривается вторая ветвь спектра, связанная с притяжением ротоннов.

Институт физических проблем  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
17 июня 1970 г.

### Литература

- [1] F.Iwamoto. Progr. Theor. Phys. Preprint, 1970.
- [2] Л.И.Питаевский. ЖЭТФ, 36, 1168, 1959.
- [3] Л.И.Питаевский. УФН, 83, 409, 1966.
- [4] Л.И.Питаевский. Тезисы доклада на 12-ой международной конференции по физике низких температур, Киото, 1970.
- [5] J.Ruvalds, A.Zawadowsky. Preprint, 1970.